ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 45, вып. 5, 1987

СПАРИВАНИЕ В АТОМНЫХ ЯДРАХ В КООРДИНАТНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

БЕЛЯЕВ С. Т., СМИРНОВ А. В., ТОЛОКОННИКОВ С. В., ФАЯНС С. А.

ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ им. И. В. КУРЧАТОВА

(Поступила в редакцию 29 сентября 1986 г.)

Разработан метод построения одночастичных функций Грина для сверхтекучих сферических ядер в координатном представлении с полным учетом вклада одночастичного континуума. Он позволяет строго рассмотреть эффекты, обусловленные недиагональными матричными элементами поля спаривания, из-за которых, в частности, дырочные уровни с $\varepsilon<\mu$ приобретают ширину. Аналитическое исследование этих эффектов проведено в простых моделях объемного и поверхностного спаривания в прямоугольной яме. Представлены результаты выполненного на основе предложенного метода численного расчета нейтронных характеристик изотопов олова в сравнении с обычным диагональным приближением с собственными функциями в потенциале Вудса – Саксона.

1. Введение

Основы теории парных корреляций сверхтекучего типа (спаривания нуклонов) в атомных ядрах были заложены около 30 лет назад [1, 2]. Существуют различные методы количественного описания эффектов спаривания, однако ни один из них, насколько нам известно, не учитывает в полной мере специфики, связанной с тем, что ядра — конечные системы, обладающие дискретным и непрерывным спектром возбуждений. В настоящей работе предлагается свободный от этого недостатка метод рассмотрения парных корреляций, основанный на построении одночастичных функций Грина в координатном представлении.

Координатное представление, позволяющее учесть одночастичный континуум и тем самым решить проблему полноты базиса, широко применяется уже более десяти лет в подходах типа приближения хаотических фаз [3, 4]. Оно с успехом используется при описании как низколежащих коллективных связанных состояний (например, [5]), так и резонансов в сплошном спектре (например, [6—9]). Между тем в конечных системах из-за смешивания конфигураций и различных корреляций роль континуума может оказаться важной при описании свойств не только коллективных, но также одночастичных и основных состояний. И в этой связи особый интерес представляют ядра со сверхтекучестью, в которых за счет неоднородности поля спаривания Δ напрямую смешиваются ветви частичных и дырочных возбуждений, причем следует ожидать, что влияние одночастичного сплошного спектра на свойства таких ядер будет тем сильнее, чем ближе они к границе нуклонной стабильности.

До сих пор наиболее популярен метод рассмотрения парных корреляций в ограниченном пространстве одной-двух оболочек вблизи поверхности Ферми [10], в частности в приближении диагонального спаривания [11, 12]. Лишь сравнительно недавно появились работы, в которых сплошной спектр учитывается приближенно с помощью разложения одночастичных волновых функций по осцилляторному базису [13] или путем его «дискретизации» введением потенциальной «стенки» вдали от ядра [14]. Однако в таких подходах фактически игнорируется то обстоятельство, что дырочные уровни с $\varepsilon<\mu$ (ε — энергия квазичастицы, отсчитанная от химического потенциала μ), которые обычно рассматриваются как чисто дискретные уровни в потенциале среднего поля, находясь в континууме, при наличии спаривания взаимодействуют с ним благодаря процессу перехода квазидырки в квазичастицу с поглощением конденсатной пары, обусловленным

неоднородностью поля Δ в конечном ядре. Игнорирование этого факта ведет (на что, по-видимому, впервые было обращено внимание в [15]) к потере такого интересного явления, как появление ширины у дискретных дырочных уровней при включении спаривания (и к изменению ширины у квазидискретных уровней). Следует подчеркнуть, что речь идет лишь о парциальной ширине одночастичных базисных состояний, возникающей при учете выделенного спаривательного канала, а не о всей физической ширине, которая обусловлена взаимодействием со всевозможными многочастичными конфигурациями. С точки зрения одночастичного базиса в задачах со спариванием эта парциальная ширина минимально необходима. Подчеркнем также, что в приближении $\Delta=\text{const}$ обсуждаемый эффект отсутствует, ибо недиагональные матричные элементы $\Delta_{\lambda\lambda'}$ обращаются в нуль и нет связи с континуумом, но в реальных ядрах в силу их конечности поле Δ с необходимостью неоднородно и эта связь присутствует (вообще приближение $\Delta=\text{const}$ нефизическое, поскольку в нем нельзя обеспечить нормировку на число частиц в системе из-за ухода дырок на бесконечность).

Цель настоящей работы — разработать свободный от указанных приближений метод учета одночастичного континуума при описании свойств сверхтекучих сферических ядер для случая произвольного локального поля спаривания $\Delta=\Delta(r)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Эту задачу можно рассматривать отдельно от задачи полного согласования, принимая, что μ, $\Delta(r)$ и потенциал среднего поля $U(r)$ уже получены в результате итерационной процедуры согласования или взяты на некотором ее шаге (как это делается, например, в методе Хартри—Фока—Боголюбова), т. е. попросту считая все эти величины заданными с самого начала. Как известно, полную информацию об одночастичных характеристиках системы можно получить, рассматривая соответствующие функции Грина. Рецепт их построения для заданных μ, $\Delta(r)$ и $U(r)$ сформулирован в разд. 2 непосредственно в координатном представлении, что и позволяет точно учесть вклад континуума. В разд. 3 применение этого рецепта иллюстрируется на простых моделях объемного и поверхностного спаривания в прямоугольной потенциальной яме: там же для s-уровней получена аналитическая оценка ширины, возникающей при включении спаривания. Расчеты для изотопов олова с реалистическим потенциалом Вудса—Саксона представлены в разд. 4 в сравнении с приближением диагонального спаривания в урезанном базисе.

2. Координатное представление для одночастичных функций Грина в сверхтекучих сферических ядрах

Рассмотрим конечные ядра с развитым спариванием в протонной и (или) нейтронной подсистеме. Одночастичные свойства таких ядер удобно изучать, вводя нормальную $G_s=-i\langle T\psi(r,\,t)\psi^+(r',\,t')\rangle$ и аномальную $F=\langle T\psi^+(r,\,t)\psi^+(r',\,t')\rangle$ функции Грина. Они подчиняются уравнениям Горькова [16], которые после перехода к представлению Фурье по времени запишем в матричной форме, опуская всюду спиновые и изотопические значки:

$$\varepsilon\hat{G}-\hat{\mathscr{H}}\hat{G}=\hat{I}. \tag{1}$$

Здесь

$$\hat{G}=\begin{pmatrix} G_s(\mathbf{r},\,\mathbf{r}';\,\varepsilon) & F(\mathbf{r},\,\mathbf{r}';\,-\varepsilon) \\ F(\mathbf{r},\,\mathbf{r}';\,\varepsilon) & -G_s(\mathbf{r},\,\mathbf{r}';\,-\varepsilon)\end{pmatrix},\quad \hat{\mathscr{H}}=\begin{pmatrix} h-\mu & -\Delta \\ -\Delta & \mu-h\end{pmatrix},$$

$$\hat{I}=\begin{pmatrix} \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') & 0 \\ 0 & \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\end{pmatrix},$$

где h — одноквазичастичный гамильтониан. Для четно-четных сферических ядер с целью отделения угловых переменных ищем обобщенную функцию Грина $\hat{G}$ в виде

$$\hat{G}_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r},\,\mathbf{r}';\,\varepsilon)=\frac{1}{rr'}\sum_{jlm}\hat{g}_{lj}(r,\,r';\,\varepsilon)\,\Phi_{jlm}(\mathbf{n},\,\sigma)\,\Phi^+_{jlm}(\mathbf{n}',\,\sigma'), \tag{2}$$

где

$$\Phi_{jlm}(\mathbf{n}, \sigma) = \left[Y_l(\mathbf{n}) \otimes \chi_{1/2}(\sigma) \right]^j_m$$

— обычные угловые спиноры. В случае локального поля Δ, зависящего только от одной координаты r, для радиальной компоненты g_{lj} из (1) получаем уравнение

$$\begin{pmatrix} \varepsilon - h_{lj} + \mu & \Delta \\ \Delta & \varepsilon + h_{lj} - \mu \end{pmatrix} \hat{g}_{lj}(r, r'; \varepsilon) = \begin{pmatrix} \delta(r-r') & 0 \\ 0 & \delta(r-r') \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

где h_{lj} — одноквазичастичный гамильтониан в канале с квантовыми числами lj.

Решение системы (3) построим, пользуясь набором четырех линейно независимых решений

$$\hat{y}_i(r) = \begin{pmatrix} u_i(r) \\ v_i(r) \end{pmatrix}, \qquad i = 1 \div 4,$$

удовлетворяющих этой же системе, но с нулевой правой частью:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} - f_{lj}(r) + \mu + \varepsilon \right) u_{lj}(r) + \Delta(r)\, v_{lj}(r) = 0, \\ \left(\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} - f_{lj}(r) + \mu - \varepsilon \right) v_{lj}(r) - \Delta(r)\, u_{lj}(r) = 0. \end{aligned} \qquad (4)$$

Здесь

$$f_{lj}(r) = U_c(r) + U_{sl}(r) \langle \boldsymbol{\sigma} \mathbf{l} \rangle_{lj} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2},$$

U_c и U_{sl} — соответственно центральный и спин-орбитальный потенциалы среднего поля, $\langle \boldsymbol{\sigma} \mathbf{l} \rangle_{lj} = j(j+1) - l(l+1) - {}^3/_4$, m — (эффективная) масса нуклона. Радиальную компоненту функции Грина ищем в следующей форме [17] (индексы lj и зависимость от ε явно не выписываем):

$$\begin{aligned} \hat{g}(r, r') = \frac{2m}{\hbar^2} \left[(\alpha \hat{y}_1(r) + \beta \hat{y}_2(r))\, \hat{y}_3^{\,T}(r') + (\gamma \hat{y}_1(r) + \delta \hat{y}_2(r))\, \hat{y}_4^{\,T}(r') \right] \theta(r'-r) + \\ + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\hat{y}_3(r) (\alpha \hat{y}_1^{\,T}(r') + \beta \hat{y}_2^{\,T}(r')) + \hat{y}_4(r) (\gamma \hat{y}_1^{\,T}(r') + \delta \hat{y}_2^{\,T}(r')) \right] \theta(r-r'), \end{aligned} \qquad (5)$$

где $\hat{y}_i^{\,T} = (u_i, v_i)$ — транспонированное i-е решение, $\theta(x)$ — ступенчатая функция, α, β, γ, δ — подлежащие определению коэффициенты. Решения $\hat{y}_1$ и $\hat{y}_2$ регулярны при $r \to 0$, а $\hat{y}_3$ и $\hat{y}_4$ — при $r \to \infty$:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(r \to 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ \zeta_0 \end{pmatrix} (q_+ r)^{l+1}, \qquad \hat{y}_2(r \to 0) = \begin{pmatrix} \zeta_0 \\ 1 \end{pmatrix} (q_- r)^{l+1}, \\ \hat{y}_3(r \to \infty) = \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} e^{ik_+ r}, \qquad \hat{y}_4(r \to \infty) = \begin{pmatrix} \zeta_\infty \\ 1 \end{pmatrix} e^{ik_- r}. \end{aligned} \qquad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} q_\pm = \left[\frac{2m}{\hbar^2} (\mu - U_0 \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_0^2}) \right]^{1/2}, \qquad k_\pm = \left[\frac{2m}{\hbar^2} (\mu \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_\infty^2}) \right]^{1/2}; \\ \zeta_0 = -\Delta_0 / (\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_0^2}), \quad \zeta_\infty = -\Delta_\infty / (\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_\infty^2}); \\ U_0 = U_c(0) + U_{sl}(0) \langle \boldsymbol{\sigma} \mathbf{l} \rangle, \quad \Delta_0 = \Delta(0), \quad \Delta_\infty = \Delta(r \to \infty). \end{aligned} \qquad (7)$$

Отметим, что на физическом листе должно быть $\operatorname{Im} k_\pm > 0$.

Пользуясь системой уравнений (4), нетрудно видеть, что для двух ее произвольных решений

$$\hat{y}_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \text{ и } \hat{y}_j = \begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix}$$

комбинация $C_{ij}=U_{ij}-V_{ij}$, составленная из вронскианов $U_{ij}=u_iu_j'-u_i'u_j$ и $V_{ij}=v_iv_j'-v_i'v_j$, не зависит от координаты r, причем для решений, удовлетворяющих граничным условиям (6), имеем $C_{12}=C_{34}=0$. Непосредственно проверяется также, что $U_{13}U_{24}-U_{23}U_{14}=U_{12}U_{34}$ и $V_{13}V_{24}-V_{23}V_{14}=V_{12}V_{34}$. С помощью этих соотношений путем несложной алгебры можно убедиться, что входящие в (5) коэффициенты совпадают с элементами обратной матрицы, составленной из ненулевых комбинаций C_{ij}:

$$\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C_{13} & C_{14}\\ C_{23} & C_{24}\end{pmatrix}^{-1}\equiv\frac{1}{D}\begin{pmatrix}C_{24} & -C_{14}\\ -C_{23} & C_{13}\end{pmatrix}. \tag{8}$$

Очевидно, что полюса функции Грина совпадают с нулями определителя матрицы C_{ij}, т. е. со значениями ε, при которых $D(\varepsilon)=C_{13}C_{24}-C_{23}C_{14}=0$. Ввиду инвариантности уравнений (4) относительно замен $\varepsilon\to-\varepsilon$ и $\begin{pmatrix}u\\ v\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}v\\ -u\end{pmatrix}$ энергетический спектр оказывается симметричным относительно точки $\varepsilon=0$ и в конечных системах, для которых $\Delta_\infty=0$, при $|\varepsilon|<|\mu|$ он, как видно из (6), (7), является дискретным ($\hat{g}_{lj}$ вещественна), а при $|\varepsilon|>|\mu|$ — непрерывным ($\hat{g}_{lj}$ комплексна). Формулы (2), (5)—(8) и решают задачу о построении функции Грина в координатном представлении для сверхтекучих сферических ядер с локальным полем Δ.

3. Простые модели

Рассмотрим влияние континуума на одночастичный спектр при включении спаривания на простых моделях. Пусть потенциал среднего поля представляет собой сферическую прямоугольную яму глубиной $V_0>0$:

$$U(r)=-V_0\theta(R-r). \tag{9}$$

В модели объемного спаривания примем

$$\Delta(r)=\Delta_v\theta(R-r), \tag{10}$$

а в модели поверхностного спаривания

$$\Delta(r)=\Delta_sR\delta(r-R). \tag{11}$$

Для простоты рассмотрим случай $l=0$. Уравнение $D(\varepsilon)=0$ для нахождения спектра s-уровней в первой модели легко получить в соответствии со сформулированным в предыдущем разделе рецептом, вычисляя коэффициенты C_{ij} через вронскианы решений (6) с учетом непрерывности их логарифмических производных в точке $r=R$:

$$A_{11}A_{22}-\zeta_0^2A_{12}A_{21}=0. \tag{12}$$

Здесь

$$A_{ik}=ik_i-q_k\operatorname{ctg}(q_kR), \tag{13}$$

а величины ζ_0, $k_{1,2}=k_\pm$, $q_{1,2}=q_\pm$ (i, $k=1$ соответствуют знаку «плюс», i, $k=2$ — «минус») определены формулами (7), в которых надо положить $\Delta_0=\Delta_v$, $\Delta_\infty=0$ и $U_0=-V_0$. Для второй модели следует явно учесть, что при $r=R$ решения (6) имеют скачки первых производных, пропорциональные Δ_s; уравнение $D(\varepsilon)=0$ в этой модели имеет вид

$$A_{11}A_{22}+(2m\Delta_sR/\hbar^2)^2=0, \tag{14}$$

где A_{11} и A_{22} также определены согласно (13), но только теперь здесь

$$k_{1,2}=[2m(\mu\pm\varepsilon)]^{1/2}/\hbar,\quad q_{1,2}=[2m(V_0+\mu\pm\varepsilon)]^{1/2}/\hbar.$$

При получении уравнений (12) и (14) мы опустили несущественные общие множители. В ситуации без спаривания, как видно из этих уравнений, спектр дискретных уровней определяется условием $A_{11}^0A_{22}^0=0$, что соответствует двум ветвям, одна из которых, $A_{11}^0=0$ с $\varepsilon<-\mu$, начинается из верхнего континуума, а другая, $A_{22}^0=0$ с $\varepsilon>\mu$,— из нижнего. Схематически эти ветви как функции радиуса ямы R показаны на рис. 1 сплошны-

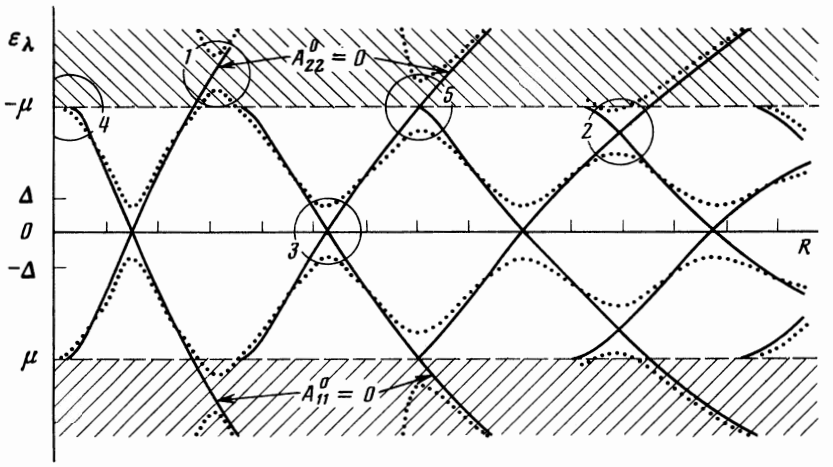


Рис. 1. Схематическое поведение двух ветвей одночастичных уровней ε_λ в зависимости от радиуса потенциальной ямы R. Сплошные кривые – без спаривания, точечные – при включении спаривания. Заштрихованы области сплошного спектра. Пронумерованными кружками выделены области особого поведения термов (см. текст)

ми линиями. Вдали от области их пересечения, определяемой масштабом Δ, для нахождения сдвига уровня $\delta\varepsilon_\lambda^0$ при включении спаривания применима простая теория возмущений, когда достаточно разложить одну из величин A_{ii} до первого порядка по $\delta\varepsilon_\lambda^0$ (и Δ^2). Пусть $A_{22}^0=0$ при некотором $\varepsilon=\varepsilon_\lambda^0$. Тогда в модели объемного спаривания из (12) имеем

$$(\delta\varepsilon_\lambda^0)_v=\Delta_v^2\left[\frac{A_{12}^0}{4\varepsilon_\lambda^0 A_{11}^0}-\left(\frac{\partial A_{22}}{\partial \Delta_v^2}\right)^0\right]\Big/\left(\frac{\partial A_{22}}{\partial \varepsilon}\right)^0, \tag{15}$$

а в модели поверхностного спаривания из (14) получаем

$$(\delta\varepsilon_\lambda^0)_s=-(2m\Delta_s R/\hbar^2)^2\Big/\left(A_{11}\frac{\partial A_{22}}{\partial \varepsilon}\right)^0. \tag{16}$$

Верхний индекс «нуль» здесь и далее означает, что соответствующая величина берется при $\Delta=0$ и $\varepsilon=\varepsilon_\lambda^0$. Когда терм, определяемый условием $A_{22}=0$, попадает в верхний континуум $\varepsilon>-\mu$, сдвиг $\delta\varepsilon_\lambda^0$ становится комплексным, что видно из выражений (15) и (16), которым в этом случае можно придать вид

$$(\delta\varepsilon_\lambda^0)_v=\frac{\Delta_v^2}{2\varepsilon_\lambda^0}\frac{\varkappa_-^0 q_-^{0\,2}}{\varkappa_-^{0\,2}+q_-^{0\,2}}\frac{1}{1+\varkappa_-^0 R}\left\{\frac{\varkappa_-^0+(\varkappa_-^{0\,2}+q_-^{0\,2})R}{q_-^{0\,2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\hbar^2}{2m}(ik_+^0+\varkappa_-^0)\left[\varkappa_-^0+k_+^0\operatorname{ctg}(k_+^0R+\delta_0)\frac{\sin(k_+R+\delta_0)}{\varepsilon_\lambda^0 k_+^0}\exp[i(k_+^0R+\delta_0)]\right]\right\}, \tag{15a}$$

$$(\delta\varepsilon_\lambda^0)_s=-\frac{2m}{\hbar^2}(\Delta_s R)^2\frac{q_-^{0\,2}}{\varkappa_-^{0\,2}+q_-^{0\,2}}\frac{2\varkappa_-^0 R}{1+\varkappa_-^0 R}\frac{\sin(k_+^0R+\delta_0)}{k_+^0 R}\exp[i(k_+^0R+\delta_0)]. \tag{16a}$$

Здесь

$$\varkappa_-^0=[2m|\mu-\varepsilon_\lambda^0|]^{1/2}/\hbar,\quad q_-^0=[2m(V_0+\mu-\varepsilon_\lambda^0)]^{1/2}/\hbar,$$

δ_0 – s-волновая фаза рассеяния нуклона на потенциальной яме глубиной V_0 и радиусом R с асимптотическим импульсом $\hbar k_+^0=[2m(\mu+\varepsilon_\lambda^0)]^{1/2}$. Представив сдвиг энергетического уровня в виде $\delta\varepsilon_\lambda^0=\operatorname{Re}(\delta\varepsilon_\lambda^0)-i\Gamma_\lambda/2$, можно показать, что величина $\Gamma_\lambda=-2\operatorname{Im}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$, получаемая из (15а) или (16а), совпадает с шириной, даваемой золотым правилом Фермы

$$\Gamma_\lambda=2\pi\left|\int dr\, y_\lambda(r)\Delta(r)y_\varepsilon(r)\right|^2,$$

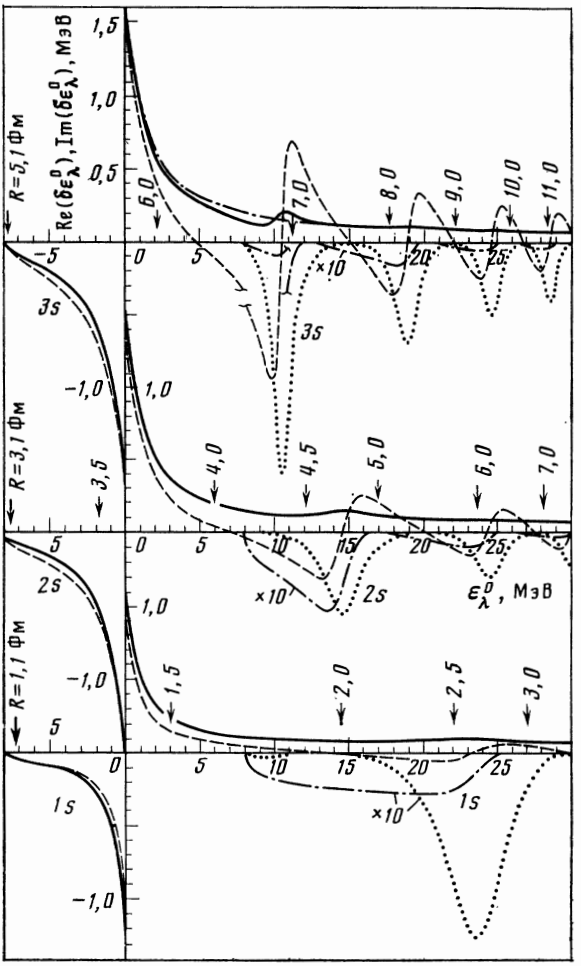


Рис. 2. Сдвиги $\delta\varepsilon_\lambda^0$ одночастичных уровней $1s$, $2s$ и $3s$ при включении спаривания в зависимости от их невозмущенного положения ε_λ^0 в прямоугольной яме глубиной $V_0=50$ МэВ при фиксированном химическом потенциале $\mu=-8$ МэВ. Стрелки с цифрами соответствуют определенному радиусу ямы R, Фм. Сплошные и штрихпунктирные кривые — соответственно $\mathrm{Re}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$ и $\mathrm{Im}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$ для модели объемного спаривания с $\Delta_v=2$ МэВ; штриховые и точечные — соответственно $\mathrm{Re}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$ и $\mathrm{Im}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$ для модели поверхностного спаривания с $\Delta_s=1{,}24$ МэВ. Часть кривых показана с десятикратным увеличением. В области $\mu<\varepsilon_\lambda^0<|\mu|$ расчет выполнен точно по уравнениям (12) и (14), а в сплошном спектре при $\varepsilon_\lambda^0>|\mu|$ — по формулам теории возмущений (15а) и (16а). Кривая в верхней части рисунка для уровня $3s$, показанная штрихами с двумя точками,— расчет в приближении диагонального спаривания

где $\Delta(r)$ определено формулой (10) или (11), а y_λ и y_ε — волновые функции дискретного и непрерывного спектра в яме без спаривания (первая нормируется на единицу и соответствует энергии $\varepsilon_\lambda^0-\mu$, вторая — на $\delta(\varepsilon-\varepsilon')$ и соответствует энергии $\varepsilon=\varepsilon_\lambda^0+\mu$, если отсчет вести от края ямы).

Чтобы почувствовать масштаб сдвига одночастичных уровней в комплексную плоскость ε, рассмотрим более или менее реалистический пример. Примем, что глубина ямы $V_0=50$ МэВ, химический потенциал $\mu=-8$ МэВ, параметр объемного спаривания $\Delta_v=2$ МэВ. Для модели поверхностного спаривания параметр Δ_s выберем из условия равенства диагональных матричных элементов $\Delta_{\lambda\lambda}$ для $3s$-уровня в яме с $R=5{,}8$ Фм, который расположен вблизи поверхности Ферми (на глубине $-7{,}92$ МэВ); из этого условия получаем $\Delta_s=1{,}24$ МэВ (при этом $\Delta_{\lambda\lambda}=1{,}63$ МэВ). Результаты расчета $\delta\varepsilon_\lambda^0$ в зависимости от положения уровней $1s$, $2s$ и $3s$ для ветви $A_{22}^0=0$ в диапазоне $1\leqslant R\leqslant 12$ Фм показаны на рис. 2. В области дискретного спектра при $\mu<\varepsilon_\lambda^0<|\mu|$ сдвиги вычислялись прямо из уравнений (12), (14) точно, а в сплошном спектре при $\varepsilon_\lambda^0>|\mu|$ — по формулам теории воз-

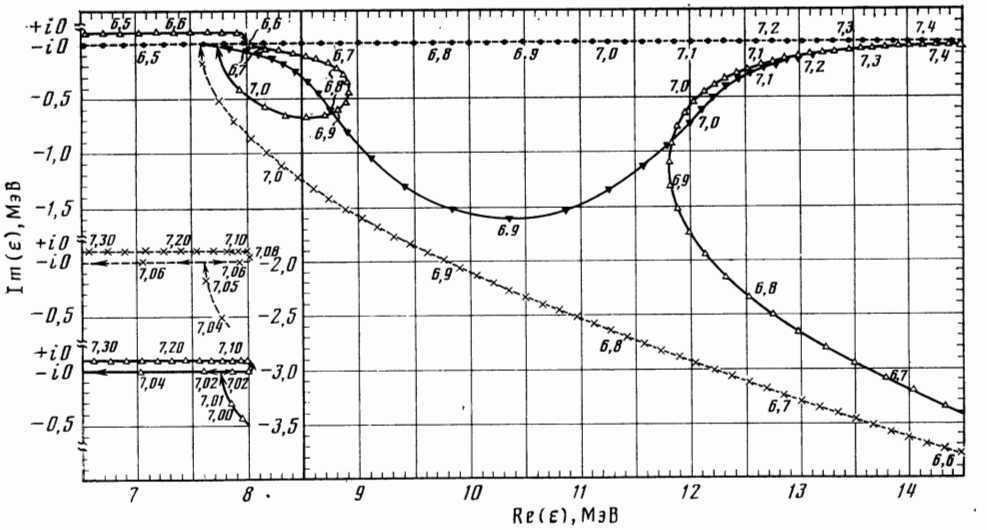


Рис. 3. Траектории одночастичных уровней в комплексной плоскости энергии для прямоугольной ямы глубиной $V_0=50$ МэВ и радиусом в диапазоне $6{,}5 \leqslant R \leqslant 7{,}5$ Фм. Штриховые линии с точками и крестиками – невозмущенные траектории (без спаривания) уровней $3s$ и $4s$ соответственно. Кривые со светлыми треугольниками – траектории в модели поверхностного спаривания с $\Delta_s=1{,}24$ МэВ и $\mu=-8$ МэВ. Кривая с зачерненными треугольниками – расчет по формуле теории возмущений (16а) для уровня $3s$. Слева в нижней части рисунка показано, как по мере роста появляются сначала виртуальные (на горизонтали $-i0$), а затем реальные (на горизонтали $+i0$) уровни. Цифры возле отдельных точек на траекториях соответствуют радиусу ямы R, Фм

мущений (15а), (16а). Видно, что поведение сдвигов в рассматриваемых моделях качественно различается.

Для объемного спаривания с ростом $\varepsilon_\lambda{}^0$ реальная часть $\mathrm{Re}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)$ меняется плавно, испытывая небольшие флуктуации и оставаясь близкой к приближению диагонального спаривания (ср. сплошную кривую с линией, показанной штрихами с двумя точками для $3s$-уровня в верхней части рис. 2). Для поверхностного спаривания $\mathrm{Re}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)$ сильно флуктуирует, многократно изменяя знак и приобретая ярко выраженный пилообразный характер с ростом главного квантового числа (штриховые кривые). Отличия от диагонального приближения здесь существенны. В модели объемного спаривания мнимая часть $\mathrm{Im}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)$ невелика: по абсолютной величине она не превышает 30, 55 и 100 кэВ для $1s$-, $2s$- и $3s$-уровней соответственно (штрихпунктирные кривые). В случае же поверхностного спаривания $\mathrm{Im}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)$ имеет нерегулярное «зубчатое» поведение (точечные кривые), причем число зубцов в грубом приближении соответствует числу связанных уровней в яме, а их максимумы отвечают значениям $\varepsilon_\lambda{}^0$, в которых $\mathrm{Re}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)=0$. Наибольшие значения $|\mathrm{Im}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)|$ равны 0,13; 0,67 и 1,60 МэВ для $1s$-, $2s$- и $3s$-уровней, т. е. существенно больше, чем при объемном спаривании. Это связано с тем, что недиагональные матричные элементы $\Delta_{\lambda\lambda'}$ в модели (11) велики по сравнению с моделью (10).

Рассчитанное по теории возмущений максимальное значение $|\mathrm{Im}\,(\delta\varepsilon_\lambda{}^0)|$ для $3s$-уровня, достигаемое при $\varepsilon_\lambda{}^0=10{,}48$ МэВ в яме с $R=6{,}90$ Фм, подозрительно велико: он углубился в верхний континуум всего на 2,48 МэВ, а приобрел ширину $\Gamma_{3s}\approx 3{,}2$ МэВ. На самом деле в рассматриваемой ситуации теория возмущений неприменима, на что указывает разрыв штриховой кривой при $\varepsilon_\lambda{}^0=|\mu|=8$ МэВ для $3s$-уровня на рис. 2. Дело в том, что в случае поверхностного спаривания на поведение $3s$-уровня вблизи границы континуума сильное влияние оказывает близость виртуального $4s$-уровня, который становится реальным при $R=7{,}08$ Фм: происходит расталкивание термов в сплошном спектре, как это качественно показано на рис. 1 (выделено кружком *1*).

Точный расчет траекторий $3s$- и $4s$-уровней в комплексной плоскости энергии (с переходом на нефизический лист $\mathrm{Im}\, k_+<0$) для диапазона $6{,}5\leqslant R\leqslant 7{,}5$ Фм в модели поверхностного спаривания приведен на рис. 3. При $\Delta=0$ уровень $3s$ движется вправо по горизонтали $\mathrm{Im}\,\varepsilon=0$ (штриховая с жирными точками), а $4s$-уровень выходит из правого нижнего угла (штриховая с крестиками) и подходит к этой горизонтали в левом верхнем углу, образуя совместно с непоказанной комплексно-сопряженной траекторией, идущей сверху, два виртуальных уровня, один из которых по мере роста R становится реальным, как показано ниже слева. Такое поведение можно проследить, варьируя уравнение $A_{22}{}^0=0$ по R вблизи значения R_n, при котором в яме появляется уровень с главным квантовым числом n ($n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$). При малых вариациях δR новое положение уровня находится с помощью уравнения

$$2R_n{}^3k^2+4iR_nk+\pi^2(2n+1)^2\delta R=0, \qquad (17)$$

где $k=\sqrt{2m\varepsilon}/\hbar$ (ε отсчитывается здесь от края ямы, т. е. от границы континуума). Отсюда легко видеть, что при $\delta R>0$ имеются два чисто мнимых значения k, одно из которых с $\mathrm{Im}\, k>0$ соответствует появляющемуся реальному уровню n, а другое с $\mathrm{Im}\, k<0$ — глубоко виртуальному. При $\delta R<0$ имеются два виртуальных уровня, движущихся по мере отхода от R_n навстречу друг другу, а при $\delta R=-2R_n/[\pi(2n+1)]^2$ скачком возникают два комплексных решения k, отвечающих двум комплексно-сопряженным значениям ε.

При включении спаривания, непосредственно решая уравнение (14), получаем траектории двух квазистационарных уровней, показанные кривыми со светлыми треугольниками. Первый описывает петлю в плоскости ε, отходя от горизонтали и снова в нее упираясь, также образуя (совместно с комплексно-сопряженным) сначала два виртуальных уровня, а далее один из них становится реальным при $R=7{,}06$ Фм; второй в правой части рисунка описывает дугу, концы которой асимптотически подходят к невозмущенным $3s$- и $4s$-траекториям.

Расчет для $3s$-уровня по формуле (16а) показан провисающей кривой, помеченной черными треугольниками. Максимальное провисание по $\mathrm{Im}\,\varepsilon$ составляет 1,61 МэВ при $R=6{,}9$ Фм. В этот момент невозмущенные траектории наиболее сближены, подходят друг к другу в плоскости ε на расстояние ≈ 2 МэВ, в то время как масштаб расталкивания термов за счет спаривания в рассматриваемой модели определяется величиной $2\Delta_{\lambda\lambda}\approx 3$ МэВ. В такой ситуации простая теория возмущений неприменима. В спектре полюсов функции Грина на нефизическом листе, как видно из рис. 3, возникает щель. При этом происходит сильное смешивание (дырочного) $3s$-уровня со сплошным спектром, главным образом с близким виртуальным $4s$-уровнем. Ширина возникающего квазистационарного состояния вблизи границы континуума в разобранном примере достигает 1,2 МэВ. Если в реальных ядрах спаривание — поверхностное явление (аргументы в пользу этого см. в [18, 19]), то такое сильное смешивание должно сказаться, в частности, на нейтронных силовых функциях.

Рассмотрим теперь в модели поверхностного спаривания случай пересечения термов в дискретном спектре (области, выделенные кружками *2* и *3* на рис. 1). Пусть при $\varepsilon=\varepsilon_{\lambda_1}=\varepsilon_{\lambda_2}$ одновременно $A_{11}(\varepsilon_{\lambda_1})=0$ и $A_{22}(\varepsilon_{\lambda_2})=0$, т. е. имеются принадлежащие разным ветвям связанные невозмущенные уровни λ_1 и λ_2 в общем случае с разными волновыми функциями y_{λ_1} и y_{λ_2}, но с одной и той же энергией. Раскладывая A_{11} и A_{22} до первого порядка по $\delta\varepsilon$ при включении спаривания, из (14) получаем

$$\delta\varepsilon=\pm\Delta_s R y_{\lambda_1}(R)\, y_{\lambda_2}(R), \qquad (18)$$

где

$$y_{\lambda_1,\lambda_2}=\left[\frac{2\varkappa_\pm^0 q_\pm^{0\,2}}{\varkappa_\pm^{0\,2}+q_\pm^{0\,2}}\,\frac{1}{1+\varkappa_\pm^0 R}\right]^{1/2}$$

— значения волновых функций на краю ямы (с точностью до фазы). Видно, что правая часть (18) совпадает с недиагональным, а при $\varepsilon_{\lambda_1}=\varepsilon_{\lambda_2}=0$ —

с диагональным матричным элементом Δ, т. е. на поверхности Ферми, как и следовало ожидать, возникает щель $\approx 2\Delta_{\lambda\lambda}$. Отметим, что эти результаты полностью соответствуют решению стандартной квантовомеханической задачи о расталкивании термов в двухуровневой системе.

Для полноты в этой же модели рассмотрим случаи рождения и пересечения уровней на границе континуума (выделено кружками *4* и *5* на рис. 1). Пусть при $\varepsilon=-\mu$, т. е. при $k_+^0=0$, имеем $A_{11}^0=0$, чему соответствует условие $8mV_0R_n^2=[\hbar\pi(2n+1)]^2$, уже использованное при получении (17). При включении спаривания новое значение k_+ можно найти из (14), удерживая первые неисчезающие слагаемые в разложении A_{11}:

$$k_+(1-ik_+R_n/2)+i(2m\Delta_sR_n/\hbar^2)^2/(\varkappa_-^0+q_-^0\operatorname{ctg}q_-^0R_n)=0, \qquad (19)$$

где $\varkappa_-^0=[4m|\mu|]^{1/2}/\hbar$, $q_-^0=[2m(V_0+2\mu)]^{1/2}/\hbar$. Для малых n в рассматриваемой модели ($V_0=50$ МэВ, $\mu=-8$ МэВ, $\Delta_s=1{,}24$ МэВ) справедливо неравенство $k_+R_n\ll 1$ и членом $\sim k_+^2$ можно пренебречь. При положительном знаменателе в (19) $\operatorname{Im}k_+<0$, и уровень оказывается виртуальным, а при отрицательном, когда $\operatorname{Im}k_+>0$,— реальным, т. е. как бы отталкивается от континуума в область дискретного спектра. Первое верно для s-уровней с $n=0$, 1, 2, а второе — для $4s$-уровня ($n=3$); во всех случаях изменение энергии $\delta\varepsilon=\hbar^2k_+^2/(2m)$ отрицательное и составляет $\approx -0{,}2$; $-4{,}4$; $-3{,}2$ и -102 кэВ соответственно для $n=0$, 1, 2, 3 (для $n=3$ точный расчет дает $\delta\varepsilon=-67$ кэВ; здесь уже важно учесть вклад членов более высокого порядка по k_+ и влияние близкого $3s$-уровня). Если при $\varepsilon=-\mu$ и второй терм пересекает границу континуума, т. е. $A_{11}(\varepsilon_{\lambda_1}=-\mu)=A_{22}(\varepsilon_{\lambda_2}=-\mu)=0$ и знаменатель в (19) обращается в нуль, то тогда следует удержать первый неисчезающий член в разложении A_{22} и в результате при включении спаривания новое значение k_+, как вытекает из (14), можно найти из уравнения

$$\left(ik_+ + \frac{1}{2}k_+^2R_n\right)k_+^2 - \left(\frac{2m}{\hbar^2}\Delta_sR_n\right)^2 y_{\lambda_2}^2(R_n)\left(1+\varkappa_-^0R_n\frac{k_+^2}{2q_-^{0\,2}}\right)=0, \qquad (20)$$

где $y_{\lambda_2}(R)$ определено, как в (18). Легко видеть, что это алгебраическое относительно k_+ уравнение четвертого порядка имеет два чисто мнимых корня, один из которых соответствует реальному дискретному уровню, а другой — глубоко виртуальному, и еще два комплексных корня с одинаковыми мнимыми частями ($\operatorname{Im}k_+<0$) и с одинаковыми по абсолютной величине, но противоположными по знаку вещественными частями; эти два последних корня соответствуют комплексно-сопряженным полюсам функции Грина в плоскости ε на нефизическом листе, т. е. квазиуровню. Такая ситуация фактически реализуется в рассматриваемой модели при $R=9{,}10$ Фм, когда появляется уровень $5s$ ($\varepsilon_{\lambda_1}=8{,}00$ МэВ), а уровень $4s$ в этот момент располагается вблизи границы континуума ($\varepsilon_{\lambda_2}=8{,}32$ МэВ). При включении спаривания образуется связанный уровень с $\varepsilon=6{,}90$ МэВ, виртуальный уровень с $\varepsilon=5{,}65$ МэВ и квазиуровень с $\varepsilon=10{,}0$ МэВ и шириной $\Gamma=1{,}26$ МэВ. Качественно так же выглядит картина и в рассмотренном выше случае $3s$- и $4s$-уровней при $R=7{,}08$ Фм (рис. 3).

В модели объемного спаривания обсуждавшиеся эффекты можно рассмотреть аналогичными методами, но в ней они выражены гораздо слабее, и детали мало что добавляют. Сделаем лишь следующие замечания. В модели объемного спаривания при $\varepsilon=\Delta_v$ уравнение (12) удовлетворяется тождественно независимо от выбора параметров V_0, μ, R; однако легко проверить, что и вычет функции Грина (5) при этом обращается в нуль, так что точка $\varepsilon=\Delta_v$ не является особой и не соответствует никакому уровню. В то же время в этой модели для некоторой области параметров существуют действительные корни уравнения $D(\varepsilon)=0$ с $\varepsilon<\Delta_v$ и комплексными «внутренними» волновыми векторами $q_\pm$, чему соответствуют экспоненциально затухающие в глубь ядра вычеты (волновые функции); такие решения, естественно, пропадают при переходе к бесконечной системе.

4. Реалистический расчет

На основе сформулированного в разд. 2 рецепта построения гриновской функции в координатном представлении мы выполнили расчет нейтронных характеристик изотопов $^{114, 122, 134}$Sn: химических потенциалов, распределений плотности, одночастичных спектров, чисел заполнения. В качестве потенциала среднего поля использовался реалистический потенциал Вудса — Саксона со спин-орбитальной добавкой

$$U(r)=-V_0\left[1+(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{l})\,\frac{\lambda}{r}\frac{d}{dr}\right]f_{\mathrm{ws}}(r),\qquad f_{\mathrm{ws}}(r)=\left(1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right)^{-1}. \quad (21)$$

Входящие сюда параметры стандартны [20]: $V_0=(V_1N+V_2Z)/A$, $V_1=19{,}7$ МэВ, $V_2=87{,}0$ МэВ, $R=r_0A^{1/3}$, $r_0=1{,}24$ Фм, $\lambda=0{,}263[1+2(N-Z)/A]$ Фм^2, $a=0{,}63$ Фм. Расчет проводился для двух вариантов: 1) объемного спаривания $\Delta(r)=\Delta_v f_{\mathrm{ws}}(r)$ с $\Delta_v=2$ МэВ, 2) поверхностного спаривания $\Delta(r)=\Delta_s R|df_{\mathrm{ws}}/dr|$ с $\Delta_s=1{,}27$ МэВ. Параметры Δ_v и Δ_s выбраны так, чтобы средние диагональные матричные элементы $\bar{\Delta}_{\lambda\lambda}$ в интервале $2\mu<\varepsilon_\lambda<0$ совпадали в обоих вариантах и соответствовали реалистическому значению $\bar{\Delta}_{\lambda\lambda}\approx 1{,}5$ МэВ.

Важным этапом является вычисление обобщенной матрицы плотности

$$\hat{\rho}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\equiv\begin{pmatrix}\rho(\mathbf{r},\mathbf{r}')\\ \nu(\mathbf{r},\mathbf{r}')\end{pmatrix}=\int_C\frac{d\varepsilon}{2\pi i}\begin{pmatrix}G_s(\mathbf{r},\mathbf{r}';\varepsilon)\\ F(\mathbf{r},\mathbf{r}';\varepsilon)\end{pmatrix}, \quad (22)$$

где интегрирование проводится по контуру C, охватывающему все особенности функции Грина на полуоси $\mathrm{Re}\,\varepsilon<0$ (полюса, разрезы), как показано на рис. 4. Интеграл от $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ сходится, и поэтому для нахождения нормальной компоненты $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ достаточно ограничиться интегрированием по $|\mathrm{Re}\,\varepsilon|$ до некоторого значения ε_m, определяемого желаемой точностью вычислений (чтобы обеспечить точность $\approx 1\%$ — до дна ямы или несколько глубже). Что касается аномальной компоненты

$$\nu_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{1}{rr'}\sum_{jlm}\nu_{lj}(r,r')\,\Phi_{jlm}(\mathbf{n},\sigma)\,\Phi^{+}_{jlm}(\mathbf{n}',\sigma'),$$

необходимой при проведении самосогласованных расчетов, то хотя при суммировании по моментам lj каждый парциальный вклад остается конечным, однако в случае локального поля $\Delta(r)$ полная сумма расходится, и поэтому нужно либо ее обрывать, либо обрезать интеграл от F по энергии, что влечет за собой перенормировку уравнения для Δ с введением зависящего от обрезания эффективного взаимодействия в канале частица — частица (например, амплитуды Γ^{ξ} теории конечных ферми-систем на участке логарифмической зависимости аномальной плотности от энергии обрезания ξ [21]). В координатном представлении можно сформулировать соответствующую процедуру при произвольном обрезании (например, при энергии Ферми $\varepsilon_m\approx\varepsilon_F$), но здесь мы не будем ее детально обсуждать — это уместнее сделать в рамках полностью самосогласованного подхода.

Функция Грина $G(r, r'; \varepsilon)$ строилась согласно (2)—(8), при этом система уравнений (4) решалась методом Нумерова с шагом 0,2 Фм. Химический потенциал находился из условия

$$\int\rho(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}=N, \quad (23)$$

где

$$\rho(\mathbf{r})=\rho(\mathbf{r},\mathbf{r}')\,|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}=\sum_{lj}(2j+1)\,\rho_{lj}(r)/4\pi r^2$$

— плотность нуклонов, которая вычислялась по контуру (рис. 4) с $\varepsilon_m\approx 50$ МэВ и $\gamma=8$ МэВ методом Симпсона с автоматическим выбором шага.

Для ускорения счета использовались аналитические свойства функции Грина, позволяющие рассматривать только верхнюю половину контура с $\mathrm{Im}\,\varepsilon>0$: интегрировать $\mathrm{Re}\,G$ по вертикальным отрезкам и $\mathrm{Im}\,G$ по горизонтальному, а полный ответ получать как удвоенную сумму этих интегралов. Уравнение (23) относительно μ решалось итерациями с улучшением сходимости по Эйткену – Стефенсону [22]. Относительная точность всех рассчитываемых величин была не хуже 0,5%. В приближении диагонального спаривания, с которым будем сравнивать результаты расчета в координатном представлении, входящая в (23) плотность определялась как $\rho(r)=\sum_\lambda n_\lambda|\varphi_\lambda(r)|^2$, причем суммирование выполнялось по всем связанным одночастичным уровням с числами заполнения $n_\lambda=(E_\lambda-\varepsilon_\lambda)/(2E_\lambda)$, где $E_\lambda=\sqrt{\varepsilon_\lambda^2+\Delta_{\lambda\lambda}^2}$ ($\varepsilon_\lambda=\varepsilon_\lambda^0-\mu$, а ε_λ^0 – энергия уровня в яме, отсчитанная от границы континуума).

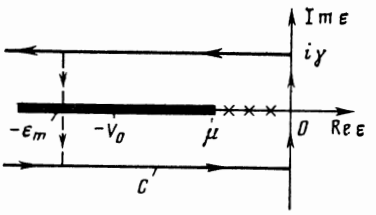


Рис. 4

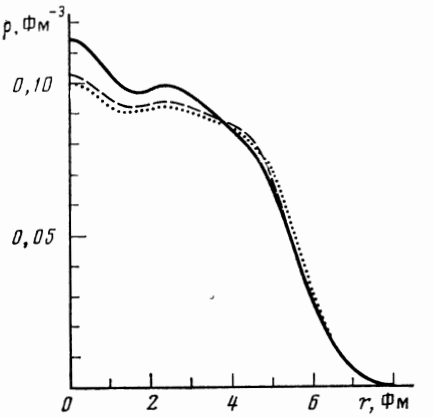


Рис. 5

Рис. 4. Контур интегрирования C функции Грина в комплексной плоскости энергии для нахождения матрицы плотности. Крестики – одночастичные полюсы; жирная линия, идущая влево от химического потенциала μ на оси $\mathrm{Im}\,\varepsilon=0$ (от начала сплошного спектра) – разрез; V_0 – глубина потенциальной ямы; вертикальная штриховая линия – замыкание контура при $\mathrm{Re}\,\varepsilon=-\varepsilon_m$ в реальных расчетах

Рис. 5. Нейтронные плотности в ^{122}Sn. Сплошная кривая – расчет в яме Вудса – Саксона без спаривания, штриховая – в модели поверхностного спаривания в диагональном приближении в урезанном базисе (с учетом только связанных одночастичных уровней), точечная – в координатном представлении на полном базисе

Как видно из табл. 1, химические потенциалы, вычисленные в координатном представлении, по абсолютной величине всегда больше, чем в диагональном приближении. Это естественно, поскольку при учете сплошного спектра увеличивается фазовый объем, доступный для нуклонов, что ведет к росту энергии связи системы. Наиболее заметны различия для ядра ^{134}Sn, близкого к границе нейтронной стабильности, для которого разность $\mu^{(\lambda)}-\mu^{(r)}$ (r – индекс координатного, λ – диагонального представления) составляет 0,3–0,6 МэВ, что почти на порядок больше аналогичной разности для двух других ядер. Нейтронный среднеквадратичный радиус (см. табл. 2) при учете спаривания в диагональном приближении в урезанном базисе увеличивается на 0,01–0,02 Фм, в координатном представлении для поверхностного спаривания он также возрастает, но для объемного спаривания он может и уменьшаться. Что касается распределения нейтронных плотностей (см. пример на рис. 5 для ^{122}Sn), то по сравнению с диагональным приближением учет сплошного спектра не приводит к сильному эффекту; для обоих типов спаривания во всех рассмотренных ядрах изменение $\rho(r)$ не превышает 1–2%. Хотя такого рода различия не очень велики, однако в рафинированных самосогласованных подходах, претендующих на детальное описание экспериментальных данных, они могут оказаться важными (например, для зарядовых плотностей, извлекаемых с высокой точностью из электронного рассеяния).

Параллельно с решением уравнения (23) вычислялись интегральные числа заполнения состояний с фиксированными lj:

$$N_{lj} = \int_c \frac{d\varepsilon}{2\pi i} n_{lj}(\varepsilon) \equiv \int dr (2j+1) \rho_{lj}(r), \qquad (24)$$

где

$$n_{lj}(\varepsilon) = \int dr (2j+1) g_{lj}(r, r'; \varepsilon) \,|_{r=r'} \qquad (25)$$

— величина, характеризующая на оси $\mathrm{Im}\,\varepsilon=0$ энергетическую плотность состояний. Ее можно использовать для нахождения спектра как связанных, так и квазидискретных одночастичных уровней вместо непосредственного поиска нулей определителя матрицы C_{ij} (8), требующего больших затрат машинного времени. Для этого аргумент ε сдвигаем в комплексную плоскость, $\varepsilon \to \varepsilon + i\delta$, и вычисляем мнимую часть интеграла (25) как функцию $\mathrm{Re}\,\varepsilon$ на горизонтали $\mathrm{Im}\,\varepsilon=\delta$. В области $2\mu < \mathrm{Re}\,\varepsilon < 0$ максимумы полученной таким способом функции соответствуют дискретным, а при

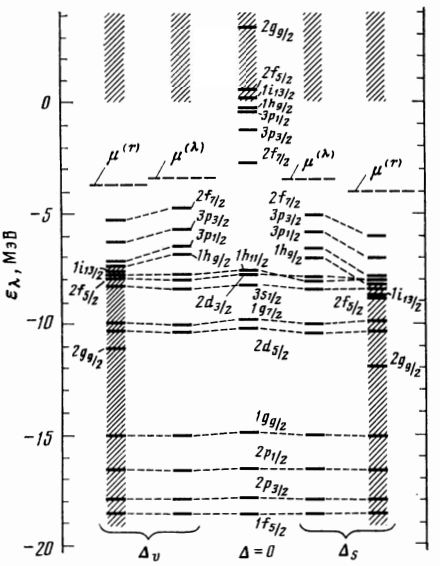


Рис. 6. Спектр одночастичных нейтронных уровней в ядре ^{134}Sn. Заштрихованы области сплошного спектра. В середине — расчет без спаривания ($\Delta=0$), слева — случай объемного (Δ_v), справа — поверхностного (Δ_s) спаривания. Штрихом отмечены химические потенциалы для координатного ($\mu^{(\tau)}$) и диагонального ($\mu^{(\lambda)}$) представлений

$\mathrm{Re}\,\varepsilon < 2\mu$ — квазидискретным уровням, причем ширина последних оценивается как $\Gamma_\lambda = \Gamma_\lambda' - 2\delta$, где Γ_λ' — найденная в расчете полная ширина максимума. Рассчитанные значения N_{lj} для ядра ^{134}Sn приведены в табл. 3, а одночастичный спектр того же ядра — на рис. 6 и в табл. 4 (вместе с ширинами для уровней, попавших в континуум, т. е. в заштрихованные области на рис. 6). Как правило, при включении спаривания и в r-, и в λ-представлении интегральные числа заполнения N_{lj} меняются примерно одинаково, независимо от типа спаривания. Исключение составляют интегралы по состояниям, целиком находящимся в сплошном спектре (начиная с $l=6$ и выше, т. е. $i_{13/2}$, $i_{11/2}$, $j_{15/2}$ и т. д.), которые учитываются только в r-представлении. При этом роль больших моментов, как видно из нижней части табл. 3, оказывается более важной для поверхностного спаривания. Некоторые различия между $N_{lj}^{(\tau)}$ и $N_{lj}^{(\lambda)}$ наблюдаются также для $f_{7/2}$- и $f_{5/2}$-уровней: среди первых имеется уровень $2f_{7/2}$ всего лишь с двумя нейтронами (при $\Delta=0$), а среди вторых — квазидискретный уровень $2f_{5/2}$, расположенный вблизи границы континуума; в этих случаях значения N_{lj} оказываются зависящими от используемого базиса.

Из табл. 4 видно, что ширина дырочных уровней, попавших в континуум при включении спаривания, может достигать $\approx$250 кэВ (например, для $1g_{9/2}$ в случае поверхностного и для $2d_{5/2}$ в случае объемного спаривания). Как правило, значения Γ_λ существенно зависят от типа спаривания.

Таблица 1

Нейтронные химические потенциалы некоторых изотопов Sn

μ, МэВ	^{114}Sn		^{122}Sn		^{134}Sn	
	Δ_v	Δ_s	Δ_v	Δ_s	Δ_v	Δ_s
$\mu^{(r)}$	−9,22	−9,43	−7,69	−7,83	−3,73	−4,10
$\mu^{(\lambda)}$	−9,18	−9,37	−7,65	−7,76	−3,41	−3,47

Примечание. Рассчитаны в координатном ($\mu^{(r)}$) и диагональном ($\mu^{(\lambda)}$) представлениях для объемного (Δ_v) и поверхностного (Δ_s) спаривания.

Таблица 2

Нейтронные среднеквадратичные радиусы некоторых изотопов Sn

$\langle r^2\rangle^{1/2}$, Фм	^{114}Sn			^{122}Sn			^{134}Sn		
	Δ_v	Δ_s	$\Delta=0$	Δ_v	Δ_s	$\Delta=0$	Δ_v	Δ_s	$\Delta=0$
$r_{rms}^{(r)}$	4,56	4,59	4,56	4,73	4,75	4,72	4,97	4,99	4,98
$r_{rms}^{(\lambda)}$	4,58	4,58	4,56	4,74	4,74	4,72	4,99	4,99	4,98

Примечание. Рассчитаны в координатном ($r_{rms}^{(r)}$) и диагональном ($r_{rms}^{(\lambda)}$) представлениях для объемного (Δ_v) и поверхностного (Δ_s) спаривания, а также для случая $\Delta=0$.

Таблица 3

Интегральные числа заполнения уровней с фиксированными lj в ^{134}Sn

lj	$\Delta=0$	Δ_v		Δ_s	
	N_{lj}^0	$N_{lj}^{(r)}$	$N_{lj}^{(\lambda)}$	$N_{lj}^{(r)}$	$N_{lj}^{(\lambda)}$
$s_{1/2}$	6	5,96	5,96	5,95	5,96
$p_{3/2}$	8	8,13	8,13	8,12	8,17
$p_{1/2}$	4	4,03	4,02	4,03	4,03
$d_{5/2}$	12	11,94	11,93	11,94	11,94
$d_{3/2}$	8	7,88	7,89	7,87	7,90
$f_{7/2}$	10	9,51	10,07	9,23	10,11
$f_{5/2}$	6	6,09	5,98	6,13	5,99
$g_{9/2}$	10	10,00	9,95	10,01	9,95
$g_{7/2}$	8	7,88	7,87	7,92	7,91
$h_{11/2}$	12	11,65	11,68	11,32	11,48
$h_{9/2}$	0	0,44	0,51	0,42	0,55
$i_{13/2}$	0	0,37	0	0,71	0
$i_{11/2}$	0	0,04	0	0,06	0
$j_{15/2}$	0	0,04	0	0,13	0
$j_{13/2}$	0	0,01	0	0,03	0
$k_{17/2}$	0	0,01	0	0,05	0
$k_{15/2}$	0	0,00	0	0,02	0

Примечание. N_{lj}^0 — расчет без спаривания ($\Delta=0$), $N_{lj}^{(r)}$ — в координатном представлении, $N_{lj}^{(\lambda)}$ — в диагональном приближении в урезанном базисе; Δ_v — для объемного, Δ_s — для поверхностного спаривания.

Таблица 4

Энергии и ширины одночастичных нейтронных уровней в ^{134}Sn

λ	$\Delta=0$	Δ_v		Δ_s	
	ε_λ^0, МэВ	ε_λ, МэВ	Γ_λ, кэВ	ε_λ, МэВ	Γ_λ, кэВ
$1s_{1/2}$	−39,94	−39,30	6	−39,25	10
$1p_{3/2}$	−34,18	−34,23	5	−34,20	8
$1p_{1/2}$	−33,42	−33,49	4	−33,45	10
$1d_{5/2}$	−28,34	−28,41	8	−28,37	48
$1d_{3/2}$	−26,53	−26,61	10	−26,56	36
$2s_{1/2}$	−25,49	−25,57	11	−25,52	40
$1f_{7/2}$	−21,89	−21,98	10	−22,00	38
$1f_{5/2}$	−18,59	−18,69	7	−18,71	92
$2p_{3/2}$	−17,89	−17,99	6	−18,02	146
$2p_{1/2}$	−16,56	−16,68	7	−16,69	195
$1g_{9/2}$	−14,95	−15,11	44	−15,12	246
$2d_{5/2}$	−10,23	−10,33	286	−10,31	25
$1g_{7/2}$	−9,79	−9,98	12	−9,85	6
$3s_{1/2}$	−8,21	−8,31	203	−8,38	10
$2d_{3/2}$	−7,75	−7,93	14	−7,96	0
$1h_{11/2}$	−7,59	−7,82	10	−8,01	0
$2f_{7/2}$	−2,79	−5,25	0	−5,95	0
$3p_{3/2}$	−1,31	−6,31	0	−7,04	0
$3p_{1/2}$	−0,41	−7,13	0	−7,87	0
$1h_{9/2}$	−0,36	−7,41	0	−8,18	0
$1i_{13/2}$	0,09 *	−7,75	5	−8,75	5
$2f_{5/2}$	0,43 *	−8,01	14	−8,77	14
$2g_{9/2}$	3,49 *	−11,08	930	−11,83	1160

Примечание. $\Delta=0$ — расчет в яме Вудса—Саксона (без спаривания), Δ_v — в модели объемного, Δ_s — поверхностного спаривания. Знаком * отмечены квазидискретные уровни, имеющие при $\Delta=0$ ширину 5 ($1i_{13/2}$), 6 ($2f_{5/2}$) и $\approx$ 900 ($2g_{9/2}$) кэВ.

Таблица 5

Энергии и ширины одночастичных нейтронных уровней $1f_{5/2}$ и $2p_{5/2}$ в трех изотопах Sn в зависимости от их энергии в континууме ($E_\lambda=|\varepsilon_\lambda-\mu|$)

λ	Ядро	$\Delta=0$	Δ_v		Δ_s	
		ε_λ^0, МэВ	$E_\lambda+\mu$, МэВ	Γ_λ, кэВ	$E_\lambda+\mu$, МэВ	Γ_λ, кэВ
$1f_{5/2}$	^{114}Sn	−19,94	1,68	23	1,56	95
	^{122}Sn	−19,32	4,09	14	3,83	130
	^{134}Sn	−18,59	11,24	7	10,91	92
$2p_{5/2}$	^{114}Sn	−19,15	0,88	38	0,46	91
	^{122}Sn	−18,59	3,36	24	3,04	185
	^{134}Sn	−17,89	10,94	6	9,83	146

Примечание. $\Delta=0$ — расчет без спаривания, Δ_v — в модели объемного, Δ_s — поверхностного спаривания.

В частности, ширины уровней $1f_{5/2}$, $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$ в модели поверхностного спаривания оказываются во много раз больше, нежели в модели объемного спаривания. В то же время для уровня $3s_{1/2}$ ситуация оказывается обратной. Это объясняется отмеченным в предыдущем разделе нерегулярным поведением сдвига $\mathrm{Im}(\delta\varepsilon_\lambda^0)$ в зависимости от невозмущенного положения уровня ε_λ^0 в яме: как видно из рис. 2, там, где этот сдвиг для поверхностного спаривания близок к нулю, он может быть отнюдь не малым в случае объемного спаривания.

Интересно проследить, как меняется ширина одночастичного уровня в зависимости от его энергии, отсчитанной от границы сплошного спектра (определяемой как $\mu+|\varepsilon_\lambda-\mu|$). Пример такой зависимости представлен в табл. 5 для уровней $1f_{5/2}$ и $2p_{3/2}$. Видно, что по мере опускания уровня в континуум ширина сначала увеличивается, а затем падает; особенно отчетливо эта тенденция проявляется в модели поверхностного спаривания, в которой ширины рассматриваемых уровней в среднем на порядок боль-

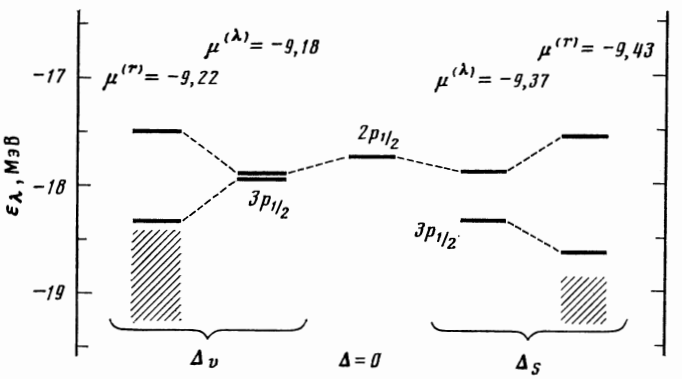


Рис. 7. Фрагмент спектра одночастичных нейтронных уровней $p_{1/2}$ в ^{114}Sn. Обозначения такие же, как на рис. 6. При $\Delta=0$ энергия уровня $3p_{1/2}$ равна −0,41 МэВ. Указаны значения химических потенциалов (МэВ)

ше, чем в модели объемного спаривания. Качественно такое поведение согласуется с результатами предыдущего раздела (рис. 2).

Явление расталкивания термов, естественно возникающее при расчетах в координатном представлении, иллюстрируется на рис. 7 на примере уровней $p_{1/2}$ в ^{114}Sn. Как видно из этого рисунка, в диагональном приближении уровни $2p_{1/2}$ и $3p_{1/2}$ по случайным причинам оказываются близко расположенными друг к другу (почти вырожденными для объемного спаривания). В r-представлении они расталкиваются: расстояние между ними составляет ≈0,83 МэВ в случае объемного и ≈1,1 МэВ в случае поверхностного спаривания.

5. Заключение

Выполненное исследование показывает, что предлагаемый метод описания свойств сверхтекучих сферических ядер на основе построения одночастичной функции Грина и матрицы плотности в координатном представлении обладает рядом определенных достоинств. Прежде всего, он обеспечивает корректный учет континуума и возможность рассмотрения таких тонких эффектов, как появление ширины дырочных уровней и расталкивание термов из-за неоднородности поля спаривания $\Delta(r)$ в конечной системе. Такие эффекты могут оказаться важными для объяснения особенностей нейтронных силовых функций в области ядер, где дырочные и частичные уровни пересекаются вблизи порога отделения нейтрона и сильно смешиваются, взаимодействуя через $\Delta(r)$ (аналогично смешиванию s- и d-уровней через деформированный потенциал). Прямое отношение к этому имеет задача о рассеянии нуклонов низких энергий с учетом дырочного канала, решение которой возможно в рамках сформу-

лированного подхода. Перспективно использование метода координатного представления для проведения полностью согласованных расчетов со спариванием (нахождение энергий связи, уточнение границы нуклонной стабильности ядер, определение эффективного взаимодействия в канале частица — частица, формы $\Delta(r)$ и т. д.). Важным обстоятельством является возможность проведения в этом методе корректной универсальной перенормировки уравнений для $\Delta(r)$ при произвольном (но достаточно далеком) обрезании в энергетическом пространстве. В этих направлениях предстоит дальнейшая работа.

Литература

1. *Belyaev S. T.* // Mat.-Fys. Medd. Kgl. Dans. Vid. Seisk. 1959. V. 31. P. 5.
2. *Соловьев В. Г.* // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 823.
3. *Саперштейн Э. Е., Толоконников С. В., Фаянс С. А.* Препринт № 2571. М.: ИАЭ, 1975; ЯФ. 1977. Т. 25. С. 959.
4. *Shlomo S., Bertsch G.* // Nucl. Phys. 1975. V. A243. P. 507.
5. *Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А.* Препринт № 2580. М.: ИАЭ, 1976; ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 221.
6. *Борзов И. Н., Фаянс С. А.* Препринт № 1129. Обнинск: ФЭИ, 1981. *Гареев Ф. А. и др.* // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 645; Т. 34. С. 648. *Fayans S. A., Palichik V. V., Pyatov N. I.* // Z. Phys. 1982. V. 308. P. 145.
7. *Пятов Н. И., Фаянс С. А.* // ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. С. 953; Изв. АН СССР, серия физ. 1984. Т. 48. С. 1837.
8. *de Haro R., Krewald S., Speth J.* // Nucl. Phys. 1982. V. A388. P. 265; Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 1649.
9. *Барц Б. И., Чеканов Н. А.* // УФЖ. 1984. Т. 29. С. 335.
10. *Вдовин А. И., Воронов В. В., Соловьев В. Г., Стоянов Ч.* // ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 245.
11. *Зверев М. В., Саперштейн Э. Е.* // ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1390.
12. *Tondeur F., Brack M., Farine M., Pearson J. M.* // Nucl. Phys. 1984. V. A420. P. 297.
13. *Decharge J., Gogny D.* // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 1568.
14. *Dobaczewski J., Flocard H., Treiner J.* // Nucl. Phys. 1984. V. A422. P. 103. *Зверев М. В., Саперштейн Э. Е.* // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1082.
15. *Bulgac A.* Preprint FT-194. Bucharest, 1980.
16. *Горьков Л. П.* // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 735.
17. *Смирнов А. В., Толоконников С. В., Фаянс С. А.* Тез. докл. XXXIV Совещ. по яд. спектроскопии и структуре атомного ядра. Алма-Ата, 17–20 апреля 1984 г. Л.: Наука, 1984. 183 с.
18. *Саперштейн Э. Е., Троицкий М. А.* // ЯФ. 1965. Т. 1. С. 310. *Кадменский С. Г., Ратис Ю. Л., Рыбак К. С., Фурман В. И.* // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 906.
19. *Brueckner K. A. et al.* // Phys. Rev. 1960. V. 118. P. 1442.
20. *Чепурнов В. А.* // ЯФ. 1967. Т. 6. С. 955.
21. *Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1965 (Изд. 2. 1983).
22. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1973.

PAIRING IN ATOMIC NUCLEI IN THE COORDINATE REPRESENTATION

BELYAEV S. T., SMIRNOV A. V., TOLOKONNIKOV S. V., FAYANS S. A.

A method is developed for constructing one-particle Green's functions for superfluid spherical nuclei in the coordinate representation, with a complete account for a contribution from the one-particle continuum. The method enables one to consider rigorously certain effects owing to off-diagonal matrix elements of the pairing field, which are responsible, in particular, for widths of the hole levels with $\varepsilon<\mu$. An analytical investigation of these effects has been performed in simple models of the volume and surface pairing in a square well potential. Basing upon the method proposed, neutron characteristics of tin isotopes have been calculated numerically and the results are compared with the usual diagonal approximation employing eigen-functions in the Woods – Saxon potential.