ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 17, вып. 3, 1973

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЯДЕР В МЕТОДЕ ОБОБЩЕННОЙ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

С. Т. БЕЛЯЕВ, В. Г. ЗЕЛЕВИНСКИЙ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 30 октября 1972 г.)

Предложенный авторами ранее метод, рассматривающий одночастичную матрицу плотности как оператор в пространстве коллективных возбужденных состояний, применяется к исследованию ядерного вращения. Найдено микроскопическое преобразование, аналогичное переходу в систему собственных осей обобщенной модели, изучена операторная структура уравнений и развита регулярная схема их решения. Подробно рассмотрено приближение, дающее в низшем порядке результаты модели принудительного вращения, а в следующих — неадиабатические эффекты вращения.

1. Введение

Одной из наиболее интересных и практически важных задач в теории ядерных коллективных возбуждений является задача о вращении ядер. Корректное описание вращения, наиболее «классической» ветви спектра ядерных возбуждений, имеет принципиальное значение в квантовой теории многих тел. В то же время экспериментальные результаты последних лет указывают на недостаточность простейшей картины обобщенной модели.

Возникающие в теории ротационных возбуждений задачи можно условно разделить на два класса. Во-первых, существуют обширные и весьма точные данные о характеристиках нижних состояний вращательных полос типичных деформированных ядер. Здесь теория должна дать количественное описание большой совокупности экспериментальных фактов. Во-вторых, теоретическое рассмотрение должно объяснить переходные ситуации, возникающие при движении от этой области как «вверх» — к состояниям с высокими спинами, так и «вбок» — по направлению к сферическим ядрам. Хотя имеющихся данных здесь еще недостаточно (в основном они исчерпываются энергетикой уровней), тем не менее некоторые качественные тенденции уже проявляются. По-видимому, можно рассчитывать на значительное увеличение в ближайшее время экспериментальной информации о вероятностях электромагнитных переходов.

Стандартным методом описания ротационных возбуждений является модель принудительного вращения [1] (МПВ). В своей обычной форме МПВ имеет общеизвестные недостатки (отсутствие строгого обоснования, апелляция к классическим представлениям, сохранение углового момента лишь в среднем, систематическое отклонение предсказаний от эксперимента [2]). Попытки усовершенствованного подхода связаны обычно с применением той или иной процедуры проектирования [3].

В работе [4] задача о вращении рассматривалась нами с помощью прямого решения микроскопических уравнений движения. При этом вращение удается описывать как равноправную ветвь спектра коллективных возбуждений, без априорного введения внутренней системы и идей принудительного вращения. Результаты МПВ получаются в случае адиабатич-

ности вращения как низшее приближение, причем метод допускает регулярное вычисление поправок. Результаты первых расчетов [5] находятся в прекрасном согласии с энергетическими спектрами низколежащих состояний четно-четных ядер редкоземельной области.

Общий метод рассмотрения коллективных возбуждений — метод обобщенной матрицы плотности — был предложен в работах [6-8]. Сформулированный там подход обобщает приближение самосогласованного поля на те случаи, когда одночастичные и коллективные степени свободы сильно связаны. При этом одночастичная («внутренняя») матрица плотности является еще и оператором по «внешним» (коллективным) переменным. Именно это и позволяет согласованно учесть перестройку состояний частиц при коллективном возбуждении. Предлагаемым методом, важной чертой которого является строгое соблюдение на всех этапах законов сохранения, были рассмотрены [8] задачи о спаривании и трансляционном движении ядра.

Ниже мы применим развитый в работе [8] формализм к описанию ядерного вращения. Здесь связь одночастичных и коллективных степеней свободы особенно существенна (например, внутри вращательной полосы велики все разрешенные правилами отбора матричные элементы квадрупольной компоненты матрицы плотности, как диагональные, так и недиагональные). Используемые обозначения совпадают с введенными в [8].

2. Общая формулировка подхода

В предлагаемом подходе [8] основными величинами являются одночастичная матрица плотности R и самосогласованное поле S. Эти операторы действуют в расширенном пространстве состояний $|1; c\rangle$, являющемся прямым произведением внутреннего пространства одночастичных состояний $|1)$ и внешнего пространства коллективных состояний $|c\rangle$. Реально внешнее пространство ограничивается полосой, состоящей из тех истинных состояний системы, которые связаны большими матричными элементами $\langle c|R|c'\rangle$. При наличии спаривания одночастичное пространство удваивается [9] согласно обычному определению

$$\langle 1; c\,|\,R\,|\,2; c'\rangle = \begin{pmatrix} \langle c\,|\,a_2^+ a_1\,|\,c'\rangle & \langle c\,|\,a_{\tilde{2}} a_1\,|\,c'\rangle \\ \langle c\,|\,a_2^+ a_{\tilde{1}}^+\,|\,c'\rangle & \langle c\,|\,a_{\tilde{2}} a_{\tilde{1}}^+\,|\,c'\rangle \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $|\tilde{1})$ означает одночастичное состояние, T-сопряженное по отношению к $|1)$.

Матрица самосогласованного поля S включает в себя одночастичную энергию ε (в отсутствие магнитного поля спинорная структура (1) оператора ε дается матрицей Паули τ^3) и часть $\tilde{S} = \tilde{S}\{R\}$, согласованно определяемую матрицей плотности (1):

$$S = \varepsilon + \tilde{S}\{R\}, \quad \tilde{S}_a\{R\} = \mathrm{Tr}_b(V_{ab}R_b). \tag{2}$$

Здесь V_{ab} означает взаимодействие нуклонов a и b, записанное согласно (1) в спинорном виде [9], а след Tr_b берется по всем (включая спинорные) внутренним переменным частиц b; тогда $\tilde{S}_a$ дает среднее поле, действующее на частицу a. В силу функциональной зависимости от R поле S остается оператором в пространстве состояний полосы $|c\rangle$ (в этом и состоит новый шаг по сравнению с обычными формулировками [10]).

Метод обобщенной матрицы плотности [8] приводит к уравнениям движения в суммарном пространстве

$$[H + S, R] = 0, \tag{3}$$

где гамильтониан H определяет энергии H_c истинных стационарных со-

стояний $|c\rangle$ и не действует на внутренние переменные. При этом матрица плотности считается нормированной согласно [1]

$$R^2 = R. \tag{4}$$

Физика, лежащая в основе уравнений (3), (4), подробно обсуждалась в работе [8].

Таким образом, решение задачи сводится к ограничению внешнего пространства, нахождению обобщенной матрицы плотности из уравнений (3), (4) и согласованию ядерного поля (2). При этом должна воспроизводиться операторная структура S во внешнем пространстве. Зная матрицу плотности R, можно замкнуть задачу, выражая через R гамильтониан H [9]:

$$H = \mathrm{Tr}(\varepsilon R) + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}_a\mathrm{Tr}_b(V_{ab}R_aR_b) = \mathrm{Tr}\left\{\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\hat{S}\right)R\right\}. \tag{5}$$

Поскольку истинные стационарные состояния $|c\rangle$ заранее могут быть не известны, из (5) определяется, вообще говоря, лишь матрица $\langle c|H|c'\rangle$, диагонализация которой дает физические энергии H_c.

Эквивалентным методом определения спектра может служить согласование точных интегралов движения. Любой аддитивный оператор $\hat{Q} = \sum_a q_a$, действующий внутри полосы, находится вычислением следа:

$$Q = \mathrm{Tr}(q\tau_q R), \tag{6}$$

где τ_q — матрица 2×2, определяемая конкретными свойствами одночастичного оператора q. Согласно (6) матричные элементы Q между произвольными состояниями полосы равны

$$\langle c|Q|c'\rangle = \sum_{11'\alpha\alpha'} q_{1'1}(\tau_q)_{\alpha'\alpha}\langle 1; c|R_{\alpha\alpha'}|1'; c'\rangle, \tag{7}$$

где матричные элементы $R_{\alpha\alpha'}$ определены в (1). Отсюда легко получить вероятности переходов внутри полосы.

3. Учет сохранения момента

В задаче о вращении внешнее пространство состоит из некоторого числа вращательных полос, сильно связанных между собой и слабо с возбуждениями другой природы. Введем, как обычно, проекции J_i полного момента ядра на лабораторные оси и I_i — на произвольные «подвижные» оси, заданные ортами $\mathbf{e}$ или углами Эйлера ϑ_i поворота относительно л.с. Хорошо известно, что операторы I_i коммутируют с J_k и выражаются через $\mathbf{J}$ и $\mathbf{e}$ согласно равенству

$$I_i = \mathbf{J}\mathbf{e}_i \tag{8}$$

в декартовых координатах или

$$I_\lambda = \sum_\mu D^1_{\mu\lambda}(\vartheta) J_\mu \tag{9}$$

в сферических. Максимальный набор коммутирующих операторов включает $\mathbf{J}^2 = \mathbf{I}^2$, J_z и I_3; соответствующие базисные векторы внешнего пространства, имеющие определенные значения $I(I+1)$, M, K этих операторов, обозначим $|c\rangle = |IMKp\rangle$, где p — дополнительные квантовые числа, нужные для однозначной характеристики состояний (например, чтобы различить основную и β-полосы).

Задача сводится к нахождению матрицы оператора H в пространстве $|IMKp\rangle$ и ее последующей диагонализации (K может не быть интегралом

[1] Всюду матричное умножение понимается в смысле суммарного пространства (по одночастичным, спинорным и коллективным переменным).

движения). Так как I и M строго сохраняются, искомый оператор H не зависит от углов ϑ_i, играющих роль косрдинат внешнего пространства, и может быть записан как функция компонент I_k и операторов, меняющих квантовые числа p.

В то же время матрица плотности R, а следовательно, и самосогласованный гамильтониан S зависят, вообще говоря, как от операторов момента, так и от углов ϑ_i. Именно поэтому R и S не сохраняют квантовых чисел I, M: как отмечалось во Введении, квадрупольный момент Q (5), определяющий деформированную часть $\tilde{S}$ (2), имеет внутри полосы большие недиагональные матричные элементы. Однако, как было показано в [8], аддитивному закону сохранения полного микроскопического момента

$$\mathbf{J} = \sum_a \mathbf{j}_a \tag{10}$$

отвечает сохранение в суммарном пространстве величины

$$\vec{\mathscr{J}} = \mathbf{J} + \mathbf{j}. \tag{11}$$

Это означает, что оператор S инвариантен относительно комбинированных вращений суммарного пространства, генерируемых оператором $\vec{\mathscr{J}}$:

$$[S, \vec{\mathscr{J}}] = 0 \tag{12}$$

(система не меняется при одновременном повороте частицы и самосогласованного поля).

Согласно [8], существует такое унитарное преобразование D внутреннего пространства, зависящее от внешних координат $\vartheta_i = (\varphi, \theta, \chi)$, которое преобразует $\vec{\mathscr{J}} \to \mathbf{J}$:

$$D\vec{\mathscr{J}}D^{-1} = \mathbf{J}. \tag{13}$$

Легко видеть, что таким преобразованием является поворот

$$D = D(\vartheta) = e^{i\varphi j_z} e^{i\theta j_z} e^{i\chi j_y}, \tag{14}$$

совмещающий оси внутреннего пространства с подвижными осями внешнего. Действительно, при повороте (14) любой одночастичный тензорный оператор $q_{l\mu}$ ранга l преобразуется с помощью обычных D-функций:

$$Dq_{l\mu}D^{-1} = \sum_\lambda D^{l*}_{\mu\lambda}(\vartheta)\, q_{l\lambda}. \tag{15}$$

С другой стороны, при преобразовании (14) коллективный момент $\mathbf{J}$ также преобразуется, так как он действует на углы Эйлера ϑ_i. Несложное вычисление дает

$$DJ_\mu D^{-1} = J_\mu - \sum_\lambda D^{1*}_{\mu\lambda}(\vartheta) j_\lambda. \tag{16}$$

Так как одночастичный момент $\mathbf{j}$ является вектором ($l = 1$), то, сравнивая (15) и (16), получаем

$$D\mathbf{J}D^{-1} = \mathbf{J} - D\mathbf{j}D^{-1}, \tag{17}$$

что эквивалентно (13).

Для момента $\mathbf{I}$ в подвижных осях (9) находим

$$DI_\lambda D^{-1} = \sum_\mu D^1_{\mu\lambda}(\vartheta) \left\{ J_\mu - \sum_{\lambda'} D^{1*}_{\mu\lambda'}(\vartheta) j_{\lambda'} \right\} = I_\lambda - j_\lambda. \tag{18}$$

Поэтому любая функция Φ компонент $\mathbf{I}$ переходит в

$$D\Phi(\mathbf{I})D^{-1} = \Phi(\mathbf{I} - \mathbf{j}), \tag{19}$$

т. е. становится оператором, действующим и на внутренние переменные. В частности, это правильно и для гамильтониана $H(\mathbf{I}) \to H(\mathbf{I}-\mathbf{j})$.

Совершая в (3) и (4) D-преобразование (14), получаем для преобразованных величин

$$s = DSD^{-1}, \quad r = DRD^{-1} \tag{20}$$

уравнения

$$[s + H(\mathbf{I}-\mathbf{j}),\, r] = 0, \quad r^2 = r. \tag{21}$$

Закон сохранения (12) в силу (13) и (20) принимает вид

$$[s,\, \mathbf{J}] = 0. \tag{22}$$

Следовательно, новый самосогласованный гамильтониан s уже не содержит функций внешних углов ϑ_i. Поэтому в уравнении (21) величины s и r могут, кроме внутренних переменных, зависеть лишь от операторов $\mathbf{I}$, коммутирующих с $\mathbf{J}$, и, возможно, от некоторых добавочных внешних операторов. Некоммутативность компонент $\mathbf{I}$ между собой существенно усложняет ситуацию по сравнению с задачами, рассмотренными в [8].

4. Физические величины и связь с обобщенной моделью

Рассмотренное выше D-преобразование имеет ясный физический смысл, являясь аналогом обычного перехода в собственную систему ядра, всегда используемую в обобщенной модели. Однако в точных уравнениях (21) сохранена операторная зависимость всех величин от $\mathbf{I}$, т. е. не делается предположений о существовании единой для всех вращательных состояний (статической) системы. Сама симметрия ядерного поля s зависит, вообще говоря, от I и может быть найдена лишь в результате согласованного решения уравнений. Следовательно, здесь сохранена возможность описания «фазовых переходов» с изменением симметрии поля.

Операторы физических величин с помощью (5) и (20) выражаются через преобразованную матрицу плотности r:

$$Q = \mathrm{Tr}(q\tau_q D^{-1} r D). \tag{23}$$

Циклическая перестановка операторов D под знаком следа (23) в общем случае невозможна, так как r зависит от операторов $\mathbf{I}$, не коммутирующих с углами поворота ϑ (напомним, что Tr не затрагивает внешних переменных, см. (6)). Часто удобно записывать операторы r и s, являющиеся решениями уравнений (21), (2), как функции $\mathbf{I}-\mathbf{j}$ других коллективных операторов A и внутренних операторов x, например [2]:

$$r = r(\mathbf{I}-\mathbf{j};\, A\,|\,x). \tag{24}$$

Тогда в силу (18)

$$D^{-1} r D = r(\mathbf{I};\, A\,|\,D^{-1} x D), \tag{25}$$

после чего циклическая перестановка в (23) становится возможной:

$$Q = \mathrm{Tr}\,\{D q D^{-1} \tau_q r(\mathbf{I};\, A\,|\,x)\}. \tag{26}$$

Формула (26), примененная к тензорному оператору $Q_{l\mu}$, дает в силу (15)

$$Q_{l\mu} = \sum_{\mu} D^{I*}_{\mu\lambda}(\vartheta)\, \alpha_{l\lambda}(\mathbf{I}; A), \tag{27}$$

где мы ввели аналог внутреннего мультипольного момента обобщенной модели

$$\alpha_{l\lambda}(\mathbf{I};\, A) = \mathrm{Tr}\,\{q_{l\lambda}\tau_q r(\mathbf{I};\, A\,|\,x)\}. \tag{28}$$

[2] Здесь и ниже в подобных символических формулах имеется в виду разложение функции $r(\mathbf{I}-\mathbf{j}\,|\,x)$ в ряд, причем степени $(\mathbf{I}-\mathbf{j})$ всегда пишутся фиксированно по отношению к внутренним операторам x (с одной стороны или в виде антикоммутатора).

Ясно, что обычные результаты, в том числе правила Алаги для вероятностей электромагнитных переходов, могут получиться только в случае независимости матрицы плотности (24) от операторов **I**.

Условие согласования оператора момента (10) согласно (1) имеет вид

$$\mathbf{J} = \mathrm{Tr}\left\{\mathbf{j}\frac{1+\tau^3}{2}R\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(\mathbf{j}R) \tag{29}$$

(из-за T-нечетности оператора $\mathbf{j}$ член с τ^3 выпадает, см. Приложение). Тогда соответствующий внутренний момент (28) равен просто оператору I_λ (9):

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\{\mathbf{j}r(\mathbf{I}; A|x)\}. \tag{30}$$

Так как матричные элементы оператора **I** полностью определены, мы получаем совокупность условий, которым должна удовлетворять матрица r. Фактически эти условия определяют зависимость коллективного гамильтониана H от момента **I** [4].

В обобщенной модели в случае квадрупольной деформации всегда можно выбрать подвижные оси так, что из компонент квадрупольного тензора $\alpha_{2\lambda}$ отличны от нуля лишь α_{20} и $\alpha_{22} = \alpha_{2-2}$. Теперь величины $\alpha_{2\lambda}$ являются не числами, а операторами внешнего пространства, так что такой выбор осей, вообще говоря, невозможен.

Самосогласованное поле после D-преобразования определяется уравнением (2)

$$s = \varepsilon + \tilde{s},\ \tilde{s}_a = D_a\,\mathrm{Tr}_b(V_{ab}D_b^{-1}r_bD_b)D_a^{-1}, \tag{31}$$

где индекс D указывает, к какой частице (a или b) относится оператор момента $\mathbf{j}$ в экспонентах (14). Поскольку элементарное взаимодействие V_{ab} двух частиц сохраняет их момент,

$$[V_{ab},\ \mathbf{j}_a + \mathbf{j}_b] = 0, \tag{32}$$

то справедливо тождество

$$D_aD_bV_{ab}D_b^{-1}D_a^{-1} = V_{ab}. \tag{33}$$

Из (24), (30) и (33) следует

$$\tilde{s}_a = \mathrm{Tr}_b\{D_b^{-1}V_{ab}D_ar_b(\mathbf{I} - \mathbf{j}_b; A|x_b)D_bD_a^{-1}\}. \tag{34}$$

Так как операторы D_b и D_a коммутируют, то

$$\tilde{s}_a = \mathrm{Tr}_b\{D_b^{-1}V_{ab}r_b(\mathbf{I} - \mathbf{j}_a - \mathbf{j}_b; A|x_b)D_b\}. \tag{35}$$

Наконец, процедура, аналогичная (25), дает

$$\tilde{s}_a \equiv \tilde{s}_a(\mathbf{I} - \mathbf{j}_a;\ A|x_a) = \mathrm{Tr}_b\{V_{ab}r_b(\mathbf{I} - \mathbf{j}_a;\ A|x_b)\}. \tag{36}$$

Используя (33) и (24), легко привести условие (5) согласования гамильтониана к виду

$$H(\mathbf{I}; A) = \mathrm{Tr}\{\varepsilon r(\mathbf{I}; A|x)\} + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}_a\,\mathrm{Tr}_b\{r_a(\mathbf{I}; A|x_a)\times$$

$$\times V_{ab}r_b(\mathbf{I}; A|x_b)\} = \mathrm{Tr}\left\{\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\tilde{s}(\mathbf{I}; A)\right)r(\mathbf{I}; A)\right\}. \tag{37}$$

5. Схема решения

Построим формальную схему решения задачи, разлагая все величины по операторам **I**. Эта схема удобна для практических вычислений в случае адиабатичности вращения (см. раздел 6).

Представим гамильтониан H в виде ряда:

$$H(\mathbf{I}; A) = \overline{H}(A) + H_i(A) I_i + \frac{1}{2} H_{ik}(A) I_i I_k + \ldots \tag{38}$$

Введенные здесь скаляр $\overline{H}$, вектор H_i, симметричный тензор H_{ik} и т. д. содержат лишь операторы A, действующие на дополнительные квантовые числа p, но не на углы θ_i. Уравнение (21) для матрицы плотности r принимает теперь вид

$$\left[s + h + I_i h_i + \frac{1}{2} I_i I_k h_{ik} + \ldots, r \right] = 0, \tag{39}$$

где введены операторы

$$h = \overline{H} - H_i j_i + \frac{1}{2} H_{ik} j_i j_k + \ldots, \qquad h_i = H_i - H_{ik} j_k + \ldots, \tag{40}$$

$$h_{ik} = H_{ik} + \ldots,$$

содержащие, кроме A, одночастичный момент $\mathbf{j}$.

Решение (39) естественно искать в виде разложения, аналогичного (38),

$$r = \bar{r} + r_i I_i + \frac{1}{2} r_{ik} I_i I_k + \ldots, \tag{41}$$

где коэффициенты $\bar{r}$, r_i, $r_{ik} = r_{ki}, \ldots$ зависят от внутренних переменных и операторов A. Очевидно, что при этом самосогласованное поле имеет такую же структуру:

$$s = \bar{s} + s_i I_i + \frac{1}{2} s_{ik} I_i I_k + \ldots. \tag{42}$$

Обозначив

$$\overline{w} = \bar{s} + h, \quad w_i = s_i + h_i, \quad w_{ik} = s_{ik} + h_{ik}, \ldots, \tag{43}$$

и выделив в (39) члены с одинаковой структурой по I, получим систему уравнений для операторных коэффициентов ряда (41):

$$[\overline{w}, \bar{r}] = 0, \tag{44}$$

$$[\overline{w}, r_i] + [w_i, \bar{r}] - \frac{i}{2} \varepsilon_{lhi} [w_l, r_k]_+ + \ldots = 0, \tag{44а}$$

$$[\overline{w}, r_{ik}] + [w_{ik}, \bar{r}] + [w_i, r_k] + [w_k, r_i] + \frac{i}{2} \{ \varepsilon_{mli} ([r_{mk}, w_l]_+ - [w_{mk}, r_l]_+) +$$

$$+ \varepsilon_{mlk} ([r_{mi}, w_l]_+ - [w_{mi}, r_l]_+) \} + \ldots, \ldots, \tag{44б}$$

где использовано соотношение $[I_i, I_k] = -i\varepsilon_{ikl} I_l$. Что касается условий согласования (36), (37), то здесь в соответствии с (24) нужно переписать r (41) в виде

$$r(\mathbf{I} - \mathbf{j}) = \bar{\rho} + \frac{1}{2} [\rho_i, I_i - j_i]_+ + \frac{1}{4} [\rho_{ik}, (I_i - j_i)(I_k - j_k)]_+ + \ldots, \tag{45}$$

где коэффициенты ρ определяются всеми членами ряда для r:

$$\bar{\rho} = \bar{r} + \frac{1}{2} [r_i, j_i]_+ + \frac{1}{2} j_i r_{ik} j_k + \ldots,$$

$$\rho_i = r_i + \frac{1}{2} [r_{ik}, j_k]_+ + \ldots, \quad \rho_{ik} = r_{ik} + \ldots \tag{46}$$

Тогда равенство (36) дает

$$\bar{s} = \bar{\sigma} + \frac{1}{2} [\sigma_i, I_i - j_i]_+ + \frac{1}{4} [\sigma_{ik}, (I_i - j_i)(I_k - j_k)]_+ + \ldots, \tag{47}$$

$$\bar{\sigma} = \mathrm{Tr}_b(V_{ab}\bar{\rho}_b), \quad \sigma_i = \mathrm{Tr}_b\{V_{ab}(\rho_i)_b\}, \quad \sigma_{ik} = \mathrm{Tr}_b\{V_{ab}(\rho_{ik})_b\}, \ldots \tag{48}$$

Наконец, сопоставляя условие согласования гамильтониана (37) с разложением в ряд (38), находим

$$\bar{H} = \mathrm{Tr}\left\{\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\bar{\sigma}\right)\bar{\rho}\right\}, \tag{49}$$

$$H_i = \mathrm{Tr}\left\{\varepsilon\rho_i + \frac{1}{2}(\sigma_i\bar{\rho} + \bar{\sigma}\rho_i) - \frac{i}{4}\varepsilon_{lki}\sigma_l\rho_k\right\}, \tag{49а}$$

$$H_{ik} = \mathrm{Tr}\left\{\varepsilon\rho_{ik} + \frac{1}{2}(\sigma_{ik}\bar{\rho} + \bar{\sigma}\rho_{ik} + \sigma_i\rho_k + \sigma_k\rho_i) - \right.$$

$$\left. - \frac{i}{4}(\varepsilon_{mli}(\sigma_{mk}\rho_l - \sigma_l\rho_{mk}) + \varepsilon_{mlk}(\sigma_{mi}\rho_l - \sigma_l\rho_{mi}))\right\}, \ldots \tag{49б}$$

Зная матрицу плотности, легко найти эффективные операторы, определяющие вероятности переходов и средние значения физических величин внутри полосы. Аналогично (26), (27) имеем из (45)

$$Q_{l\mu} = \sum_{\lambda} D^{l*}_{\mu\lambda}(\vartheta)\bar{\alpha}_{l\lambda} + \frac{1}{2}\sum_{\lambda}[I_i, D^{l*}_{\mu\lambda}(\vartheta)]_+\alpha^i_{l\lambda} +$$

$$+ \frac{1}{4}\sum_{\lambda}[I_iI_k, D^{l*}_{\mu\lambda}(\vartheta)]_+\alpha^{ik}_{l\lambda} + \ldots \tag{50}$$

Здесь первый член дает мультипольный момент жесткого ротатора, причем

$$\bar{\alpha}_{l\lambda} = \mathrm{Tr}(q_{l\lambda}\tau_q\bar{\rho}). \tag{51}$$

Следующие слагаемые (50) ответственны за нарушение правил Алаги; параметры искажения внутренней структуры вращением равны

$$\alpha^i_{l\lambda} = \mathrm{Tr}(q_{l\lambda}\tau_q\rho_i), \quad \alpha^{ik}_{l\lambda} = \mathrm{Tr}(q_{l\lambda}\tau_q\rho_{ik}), \ldots \tag{52}$$

В частности, формула (30) для момента I дает

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(\mathbf{j}\bar{\rho}) + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(\mathbf{j}\rho_i)I_i + \frac{1}{4}\mathrm{Tr}(\mathbf{j}\rho_{ik})I_iI_k + \ldots \tag{53}$$

Условие нормировки $r^2 = r$ после подстановки (41) приобретает вид системы равенств

$$\bar{r}^2 = \bar{r}, \tag{54}$$

$$[r_i, \bar{r}]_+ - \frac{i}{2}\varepsilon_{lki}r_lr_k = r_i, \tag{54а}$$

$$[r_{ik}, \bar{r}]_+ + [r_i, r_k]_+ - \frac{i}{2}\{\varepsilon_{mli}[r_{mk}, r_l] + \varepsilon_{mlk}[r_{mi}, r_l]\} = r_{ik}, \ldots \tag{54б}$$

Часто бывает удобно решать систему операторных уравнений (44) в матричных элементах. В качестве базиса возьмем полную систему собственных векторов $|\nu)$ оператора $\bar{w}$:

$$\bar{w}|\nu) = w_\nu|\nu). \tag{55}$$

Эти состояния являются сложной суперпозицией исходных состояний $|1; p)$ системы «частица + остов»

$$|\nu) = \sum_{1p}(1; p|\nu)|1; p) \tag{56}$$

и описывают движение частицы в поле «остановленного» ротатора. В силу (44) статическая матрица плотности $\bar{r}$ диагональна в базисе (55), а ее собственные значения согласно (54) равны числам заполнения $n_\nu = 0,1$:

$$\bar{r} = \sum_\nu |\nu) n_\nu (\nu|. \tag{57}$$

Статическая структура ротатора, определяемая уравнениями (55), (57), зависит как от внутренних степеней свободы (член $\bar{H}$), так и от реакции на вращение (кориолисов ($-\mathbf{Hj}$), центробежный ($^1/_2 H_{ikj_ij_k}$) и высшие члены в h (40)).

Векторные члены $\mathbf{r}$ и $\mathbf{w}$ описывают собственно-вращательные свойства системы и удовлетворяют уравнениям (44а), (44б):

$$(w_\nu - w_{\nu'})(r_i)_{\nu\nu'} - (n_\nu - n_{\nu'})(w_i)_{\nu\nu'} - \frac{i}{2}\varepsilon_{lki}([w_l, r_k])_{\nu\nu'} = 0, \tag{58}$$

$$(n_\nu + n_{\nu'} - 1)(r_i)_{\nu\nu'} - \frac{i}{2}\varepsilon_{lki}(r_l r_k)_{\nu\nu'} = 0. \tag{59}$$

Аналогично легко написать уравнения для следующих членов (41). При вычислении входящих в условия согласования следов по одночастичным переменным удобно воспользоваться связью базисов (56). Так, из (49) получим

$$\langle p|\bar{H}|p'\rangle = \sum_1 \left(1; p\left|\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\bar{\sigma}\right)\bar{\rho}\right|1; p'\right) =$$

$$= \sum_{1\nu\nu'}\left\{\sum_2 \varepsilon_{12}(2; p|\nu) + \frac{1}{2}\sum_{\nu''}(1; p|\nu'')\bar{\sigma}_{\nu''\nu}\right\}\bar{\rho}_{\nu\nu'}(\nu'|1; p'). \tag{60}$$

6. Адиабатическое приближение

Покажем, как работает развитый выше формализм, на практически важном примере, когда вращательные интервалы малы по сравнению с энергиями возбуждения других степеней свободы (одночастичных и коллективных). Реально сюда попадает большое число вращательных полос хорошо деформированных ядер, по крайней мере, при не слишком больших значениях момента I.

Предполагаемая адиабатичность вращения означает, что члены ряда (38) достаточно быстро убывают (реальным параметром разложения является величина $Ij(\mathcal{F}\bar{E})^{-1}$, где $\mathcal{F}$ — момент инерции, $\bar{E}$ — характерная энергия неротационных возбуждений, а j — средний одночастичный момент). Тогда уравнения (44) можно решать последовательными приближениями. Заметим только, что второй и все высшие члены (38) с нечетными степенями $\mathbf{I}$ могут быть аномально малы, так как в отсутствие внешних магнитных полей соответствующие коэффициенты должны быть операторами, меняющими знак при отражении времени. Например, вектор $\mathbf{H}(A)$ должен быть пропорционален оператору $M1$-типа, действующему на дополнительные к углам ϑ внешние переменные. Таким оператором может служить момент $\mathbf{L}$ неспаренных частиц или коллективных фононов, так что член $\mathbf{HI}$ будет описывать кориолисову связь этих возбуждений с вращением. При малости момента возбуждений ($L \leqslant I$) второй и третий члены (38) могут быть одного порядка величины, и мы будем учитывать их одновременно. Нечетные по $\mathbf{I}$ члены в (38) исчезают, когда нет внутренних возбуждений, с моментом, например, в простейшем случае [4] изолированной вращательной полосы, построенной на основном состоянии четно-четного ядра.

Очевидно, что разложение скалярных величин $\bar{r}$, $\bar{w}$ начинается с нулевых по адиабатичности вкладов, векторных величин $\mathbf{w}$ и $\mathbf{r}$ — с членов первого порядка, тензорных — со второго и т. д. Поэтому в основной системе уравнений (44) все члены, получившиеся от коммутации между собой компонент $\mathbf{I}$, имеют более высокий порядок малости. Если мы интересуемся лишь старшими по адиабатичности вкладами, то можно пренебречь различием величин ρ (46) и r, что существенно упрощает согласование. Точно так же можно положить $\varepsilon + \bar{\sigma} = \bar{s}$, $\sigma_i = s_i$, $\sigma_{ik} = s_{ik}, \ldots$

Таким образом, мы имеем уравнения для старших в адиабатическом пределе членов

$$[\bar{w}, \bar{r}] = 0, \tag{61}$$

$$[\bar{w}, r_i] + [w_i, \bar{r}] = 0, \tag{61а}$$

$$[\bar{w}, r_{ik}] + [w_{ik}, \bar{r}] + [w_i, r_k] + [w_k, r_i] = 0, \tag{61б}$$

причем можно положить $\bar{w} = \bar{s} + \bar{H}$, пренебрегая здесь влиянием вращения. Отметим, что в случае аксиальной симметрии система уравнений (61) оказывается точной независимо от адиабатичности, если считать, что индексы i и k относятся только к поперечным по отношению к оси симметрии компонентам (продольная компонента I_3 является интегралом движения и может быть заменена c-числом K, учитываемым в скалярных величинах).

Соответственно из нормировки (54) находим

$$\bar{r}^2 = \bar{r}, \quad [r_i, \bar{r}]_+ = r_i, \quad [r_{ik}, \bar{r}]_+ + [r_i, r_k]_+ = r_{ik}, \ldots \tag{62}$$

Уравнения (61), (62) проще всего решать в матричных элементах по состояниям (55) статического базиса. Согласно (59) $\mathbf{r}$ имеет ненулевые матричные элементы лишь между состояниями, которые различаются заполнением ($n_\nu \neq n_{\nu'}$). Для этих матричных элементов имеем из (61) и (58)

$$(r_i)_{\nu\nu'} = \frac{n_\nu - n_{\nu'}}{w_\nu - w_{\nu'}} (w_i)_{\nu\nu'}. \tag{63}$$

T-сопряженные состояния статического базиса вырождены; однако если они заполнены одинаково, то соответствующие матричные элементы r_i исчезают. В нечетном ядре для переходов нечетной частицы между T-сопряженными состояниями $n_\nu - n_{\nu'} \neq 0$. Поэтому здесь необходимо в w_ν учитывать расщепление T-сопряженных состояний, возникающее от вращательных добавок в h (40). Эти переходы не являются адиабатическими, а соответствующие матричные элементы $(r_i)_{\nu\nu'}$ не малы, если не мала величина $(w_i)_{\nu\nu'}$. В аксиальном случае базисные состояния $|\nu\rangle$ характеризуются определенной проекцией j_z на ось симметрии; старшие члены w (43) имеют правила отбора $|\Delta j_z| = 1$, так что не малы будут матричные элементы $\mathbf{r}$ лишь для перехода между T-сопряженными состояниями с $j_z = \pm 1/2$. Так в рассматриваемом методе возникает известный эффект «развязки» [11]. Ниже мы будем предполагать отсутствие неадиабатических переходов в $\mathbf{r}$.

Подставляя решение (63) в выражение для момента (53), находим аналогично (60)

$$\mathbf{I}\delta_{pp'} = \frac{1}{2} \sum_{12\nu} n_\nu \mathbf{j}_{12}(2; p|\nu)\,(\nu|1; p') +$$

$$+ I_i \frac{1}{2} \sum_{12\nu\nu'} \mathbf{j}_{12} \frac{n_\nu - n_{\nu'}}{w_\nu - w_{\nu'}} (w_i)_{\nu\nu'} (2; p|\nu)\,(\nu'|1; p') + \ldots \tag{64}$$

Ниже рассмотрим простейшие конкретные случаи.

7. Изолированная вращательная полоса

Если связь между полосами слаба, то хорошим будет приближение, рассматривающее данную полосу p как изолированную. Состояния внутри полосы различаются квантовыми числами I, M, K группы вращений. При фиксированном p состояния $|\nu)$ нумеруются чисто одночастичными характеристиками, и их можно взять в качестве базиса $|1)$, по которому берется след в условиях согласования. Фактически квантовое число p означает здесь выбор матрицы плотности $\bar{r}$, т. е. чисел заполнения n_1. Собственные значения w_ν оператора $\bar{w} = \bar{s} + \bar{H}$ сводятся с точностью до константы в данной полосе $\bar{H}_p$ к одночастичным энергиям E_1 (при данном заполнении, т. е. с учетом зависимости самосогласованного поля от числа квазичастиц). Параметры H_i, H_{ik}, ... также постоянны в полосе, поэтому H_i не дает вклада в матричные элементы $(w_i)_{\nu\nu'}$ в формуле (63). С учетом этих упрощений находим из (64)

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}\sum_1 n_1 \mathbf{j}_{11} + I_k \frac{1}{2}\sum_{12} \frac{n_1 - n_2}{E_1 - E_2}\mathbf{j}_{12}[(s_k)_{21} - H_{kl}(\mathbf{j}_l)_{21}]. \qquad (65)$$

Остановимся сначала на задаче об основной полосе четно-четного ядра. В этом случае независимо от наличия или отсутствия аксиальной симметрии весь момент ядра целиком обусловлен вращением. Первое слагаемое в правой части (65) обращается в нуль (T-сопряженные состояния заполнены симметрично), а оставшееся равенство будет выполнено, если

$$\frac{1}{2}\sum_{12} \frac{n_1 - n_2}{E_1 - E_2}(j_i)_{12}[(s_k)_{21} - H_{kl}(j_l)_{21}] = \delta_{ik}. \qquad (66)$$

Требование (66) определяет тензор H_{kl}. Запишем вращательную поправку к среднему полю s в виде

$$s_k = H_{kl} t_l. \qquad (67)$$

Тогда уравнение (66) принимает вид

$$H_{kl}\mathcal{F}_{li} = \delta_{ik}, \qquad (68)$$

где введен тензор моментов инерции

$$\mathcal{F}_{li} = \frac{1}{2}\sum_{12} \frac{n_1 - n_2}{E_1 - E_2}(j_i)_{12}(t_l - j_l)_{21}. \qquad (69)$$

Используя интегральное уравнение (48) для s, можно убедиться, что тензор $\mathcal{F}_{ik} = (H^{-1})_{ik}$ симметричен. Приводя его к главным осям, найдем моменты инерции $\mathcal{F}_i$ ($i = 1, 2, 3$).

Результат (69) непосредственно обобщает известные формулы МПВ [12], найденные в случае аксиальной симметрии. Для полного сравнения нужно раскрыть спинорную структуру входящих сюда величин (см. Приложение). Отметим, что величина t (67), учитывающая изменение поля при вращении [12], исчезает в модели «спаривание + квадрупольное взаимодействие», где поправки к s возникают лишь в четных порядках по вращению. В первом порядке здесь искажаются только T-нечетные мультиполи, например магнитные моменты (см. (52)).

Аналогично можно построить высшие по параметру адиабатичности приближения. Диагональная по ν часть тензорной матрицы плотности r_{ik} находится без решения уравнения движения (61б) из условия нормировки (62). Подставляя затем r_i и диагональную часть r_{ik} в соотношение (49б), получаем для компонент тензора H_{ik} результат, совпадающий с (68). Векторная часть гамильтониана H_i в данном случае обращается в нуль из-за того, что r согласно (63) не имеет диагональных матричных элементов

в базисе $|\nu)$, где $\bar{s}$ диагональна. Таким образом, согласование различных интегралов движения $\mathbf{I}$ и $H = H(\mathbf{I})$, как и должно быть, дает одно и то же.

Наряду с векторной частью $\mathbf{r}$ в том же (первом) порядке по адиабатичности возникают поправки к скалярной части $\bar{r}$. Они обусловлены «центробежным» слагаемым $^1/_2 H_{ik} j_i j_k$ в величине h (40) и соответствующим вкладом в поле $\bar{s}$. Эти вклады в матрицу плотности не возникают в стандартном подходе МПВ. Хотя они не входят в момент инерции, их наличие существенно скажется в вычислении высших неадиабатических эффектов [5].

После определения матрицы плотности, самосогласованного поля и моментов инерции $\mathcal{F}_i$ найдем энергетический спектр полосы из решения задачи об асимметричном волчке (38)

$$H = \sum_i \frac{1}{2\mathcal{F}_i} I_i^2. \tag{70}$$

Рассмотрим теперь произвольную полосу в случае аксиальной симметрии. Здесь среди квантовых чисел состояний $|1)$ можно выделить проекции j_z на ось симметрии. Величины $\mathbf{r}$ и $\mathbf{w}$ имеют только недиагональные матричные элементы, т. е. их можно считать поперечными, как уже обсуждалось в разделе 6. Тогда второе слагаемое в (65) содержит лишь операторы I_x и I_y. Совмещая ось симметрии z с осью квантования I_3, получаем для матричных элементов $\langle IK| \ldots |IK'\rangle$ от продольных компонент уравнения (65)

$$K = \frac{1}{2} \sum_1 n_1 (j_z)_{11}. \tag{71}$$

Таким образом, аксиальная симметрия поля приводит к сохранению полной проекции $I_3 = K$ и обычному равенству $K = \Omega$: полосе принадлежат лишь те состояния, для которых сумма Ω одночастичных проекций момента равна заданному для этой полосы значению K (условие на числа заполнения n).

Поперечные компоненты уравнения (65) дают равные между собой моменты инерции $\mathcal{F}_x = \mathcal{F}_y = \mathcal{F}$, которые выражаются аналогично (69):

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \sum_{12} \frac{n_1 - n_2}{E_1 - E_2} (j_x)_{12} (t_x - j_x)_{21}. \tag{72}$$

В силу правил отбора входящая сюда величина t_x определяется лишь «моментоподобной» частью взаимодействия V_{ab}.

8. Заключение

Мы видим, что метод обобщенной матрицы плотности, примененный ранее к решению задач о спаривании и о поступательном движении ядра, столь же естественно позволяет рассмотреть ротационные возбуждения. Как и в других применениях метода, здесь важную роль играет возможность обеспечить строгое выполнение законов сохранения. Именно поэтому малые члены, остающиеся вне рамок обычного приближения хаотических фаз, удается выделить по их специфической операторной структуре.

Последовательное микроскопическое рассмотрение ядерного вращения придает точный смысл интуитивным представлениям о собственной системе деформированного ядра, вращающемся самосогласованном поле, кориолисовом взаимодействии и т. д. Регулярный метод отыскания решений с помощью разложения по параметру адиабатичности дает в низшем порядке результаты МПВ, а в следующих — важные для конкретных расчетов поправки [5]. Кроме энергетического спектра полосы можно найти поправки к статическим моментам вращательных состояний и вероятностям переходов между ними.

Приближение другого типа, асимптотическое, оказывается полезным в области уровней с высокими спинами; первые результаты были получены в работах [13, 7].

Особый интерес представляет учет связи вращения с коллективными возбуждениями типа вибраций и с движением нечетной частицы. Такое исследование может быть проведено с помощью аппарата, развитого в разделах 5 и 6 данной работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Спинорная структура решений

Оператор самосогласованного поля (2) после D-преобразования (20) имеет структуру

$$s = \begin{pmatrix} \mathscr{E} & -\Delta \\ -\Delta^+ & -\widetilde{\mathscr{E}} \end{pmatrix} = \frac{\mathscr{E}+\widetilde{\mathscr{E}}}{2}\tau^3 - \frac{\Delta+\Delta^+}{2}\tau^1 - i\frac{\Delta-\Delta^+}{2}\tau^2 + \frac{\mathscr{E}-\widetilde{\mathscr{E}}}{2}\cdot\hat{1}. \tag{П.1}$$

Здесь $\mathscr{E}$ и Δ согласно работе [9] определяются взаимодействиями в каналах соответственно частица — дырка и частица — частица; $\widetilde{\mathscr{E}}$ имеет матричные элементы $\widetilde{\mathscr{E}}_{12} \equiv (\widetilde{2}|\mathscr{E}|\widetilde{1})$; например [7], для факторизованного взаимодействия $-{}^1/_2\varkappa_l(Q_lQ_l^+)$ согласно (27) и (19)

$$\mathscr{E} = \varepsilon - \sum_{lk} \varkappa_l \frac{1}{4}\{[q_{lk}, \alpha_{lk}(\mathbf{I}-\mathbf{j}; A)]_+ + [q_{lk}, \alpha_{lk}(\mathbf{I}-\mathbf{j}; A)]_+\}. \tag{П.2}$$

Рассмотрим изолированную полосу (раздел 7), когда добавочных операторов A нет, причем ограничимся для простоты T-четным взаимодействием ($\mathscr{E} = \widetilde{\mathscr{E}}$) и спариванием, не зависящим от состояния. В нулевом по адиабатичности приближении константу $\bar{\Delta}$ можно считать вещественной, так что нужно найти спиноры $|\nu)$, являющиеся собственными функциями оператора

$$\bar{s} = \bar{\mathscr{E}}\tau^3 - \bar{\Delta}\tau^1. \tag{П.3}$$

Из тождества $\bar{s} = -\tau^2\bar{s}\tau^2$ следует, что собственные функции $|\nu) \equiv |1\pm)$ делятся на два класса: решения $|1+)$ с положительными энергиями E_1 и решения $|1-)$ с отрицательными энергиями $-E_1$:

$$\bar{s}|1\pm) = \pm E_1|1\pm), \quad |1-) = -i\tau^2|1+). \tag{П.4}$$

Ортонормированные спиноры $|1\pm)$ образуют полную систему:

$$\sum_{\nu}|\nu)(\nu| = \sum_{1\alpha}|1\alpha)(1\alpha| = \sum_{1}\{|1+)(1+|+|1-)(1-|\} = \hat{1}. \tag{П.5}$$

Если $|1)$ — совокупность собственных функций оператора $\bar{\mathscr{E}}$,

$$\bar{\mathscr{E}}|1) = \mathscr{E}_1|1), \tag{П.6}$$

то

$$|1+) = \chi_1^{(+)}|1) = \begin{pmatrix} u_1 \\ -v_1 \end{pmatrix}|1), \quad |1-) = \chi_1^{(-)}|1) = \begin{pmatrix} v_1 \\ u_1 \end{pmatrix}|1), \tag{П.7}$$

где $\chi_1^{(\pm)}$ — спиноры; u_1, v_1 — обычные боголюбовские коэффициенты,

$$u_1^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\mathscr{E}_1}{E_1}\right), \qquad v_1^2 = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\mathscr{E}_1}{E_1}\right), \tag{П.8}$$

$$E_1 = +\sqrt{\mathscr{E}_1^2 + \bar{\Delta}^2}.$$

Оператор $\hat{O}$	Матричный элемент			
	$\left(x_1^{(+)}\middle\|\hat{O}\middle\|x_2^{(+)}\right)$	$\left(x_1^{(-)}\middle\|\hat{O}\middle\|x_2^{(-)}\right)$	$\left(x_1^{(+)}\middle\|\hat{O}\middle\|x_2^{(-)}\right)$	$\left(x_1^{(-)}\middle\|\hat{O}\middle\|x_2^{(+)}\right)$
$\hat{1}$	$\xi_{12}^{(-)}$	$\xi_{12}^{(-)}$	$\eta_{12}^{(-)}$	$-\eta_{12}^{(-)}$
τ^1	$-\eta_{12}^{(+)}$	$\eta_{12}^{(+)}$	$\xi_{12}^{(+)}$	$\xi_{12}^{(+)}$
$i\tau^2$	$-\eta_{12}^{(-)}$	$-\eta_{12}^{(-)}$	$\xi_{12}^{(-)}$	$-\xi_{12}^{(-)}$
τ^3	$\xi_{12}^{(+)}$	$-\xi_{12}^{(+)}$	$\eta_{12}^{(+)}$	$\eta_{12}^{(+)}$

Вводя факторы когерентности

$$\xi_{12}^{(\pm)} = u_1u_2 \mp v_1v_2 = \xi_{21}^{(\pm)}, \qquad \eta_{12}^{(\pm)} = u_1v_2 \pm v_1u_2 = \pm\eta_{21}^{(\pm)}, \tag{П.9}$$

выпишем в таблицу спинорные матричные элементы операторов. Операторы числа частиц и проекции момента на ось симметрии (71) выразятся как

$$N = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\{\bar{r}(1+\tau^3)\} = \sum_1 \{n_{1+}u_1^2 + n_{1-}v_1^2\}, \tag{П.10}$$

$$K = \frac{1}{2}\sum_1 (n_{1+} + n_{1-})\,(j_z)_{11}. \tag{П.10а}$$

В основном состоянии четно-четного ядра нет квазичастиц, т. е. заполнены все уровни с $E<0$, $n_{1-}=1$ и свободны уровни с $E>0$, $n_{1+}=0$, т. е. $\bar{r} = \sum_1 |1-)(1-|$. В формулу (72) входят матричные элементы T-нечетного оператора $j_x(\sim\hat{1})$, равные

$$(1+|j_x|2-) = \eta_{12}^{(-)}\,(j_x)_{12} \quad \text{и} \quad (1-|j_x|2+) = -\eta_{12}^{(-)}\,(j_x)_{12}.$$

В знаменателе возникнет энергия двухчастичных возбуждений E_1+E_2, а от оператора t_x отберется часть, пропорциональная спинорному оператору $\hat{1}$. Окончательно получим

$$\mathscr{F} = \sum_{12} \frac{\eta_{12}^{(-)2}}{E_1+E_2}(j_x)_{12}(-t_x+j_x)_{21}, \tag{П.11}$$

где квантовые числа 1, 2 уже не включают спинорных индексов.

Для изолированной полосы нечетного ядра занято одно из состояний с $E>0$ (пометим его $|0)$), т. е. $n_{0+}=1$, $n_{\quad}=0$; тогда аналогично (П.11)

$$K = \frac{n_{0+}+n_{0-}}{2}(j_z)_{00} = (j_z)_{00}, \tag{П.12}$$

$$\mathscr{F} = \sum_{1,2\neq 0} \frac{\eta_{12}^{(-)2}}{E_1+E_2}(j_x)_{12}(j_x-t_x)_{21} +$$

$$+\sum_{1\neq 0}\left(\frac{\eta_{01}^{(-)2}}{E_0+E_1} + \frac{\xi_{01}^{(-)2}}{E_1-E_0}\right)\frac{1}{2}[(j_x)_{01}(j_x-t_x)_{10} + (j_x)_{10}(j_x-t_x)_{01}]. \tag{П.13}$$

Литература

[1] D. R. Inglis. Phys. Rev., **103**, 1786, 1955.
[2] E. R. Marshalek. Phys. Rev., **139B**, 1770, 1965.
[3] N. Onishi, R. K. Sheline, S. Yoshida. Phys. Rev., **C2**, 1304, 1970.
[4] С. Т. Беляев, В. Г. Зелевинский. ЯФ, **11**, 741, 1970.
[5] В. Г. Зелевинский, М. И. Штокман. Изв. АН СССР, серия физ., **36**, 2577, 1972.
[6] С. Т. Беляев. В Сб. Проблемы современной ядерной физики, «Наука», 1971, стр. 129.
[7] В. Г. Зелевинский. Матер. VII Зимней школы ЛИЯФ, ч. II, Л., 1972, стр. 94.
[8] С. Т. Беляев, В. Г. Зелевинский. ЯФ, **16**, 1195, 1972.
[9] S. T. Belyaev. Nucl. Phys., **64**, 17, 1965.
[10] D. J. Thouless, J. G. Valatin. Nucl. Phys., **31**, 211, 1962.
[11] Б. С. Джелепов, Г. М. Драницына, В. М. Михайлов. Свойства деформированных ядер с $K = 1/2$, «Наука», Л., 1972.
[12] А. Б. Мигдал. ЖЭТФ, **37**, 249, 1959. С. Т. Беляев. ЖЭТФ, **40**, 672, 1960.
[13] В. Г. Зелевинский, М. И. Штокман. Прогр. и тез. докл. XXI совещ. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, ч. I, «Наука», Л., 1971, стр. 178.

NUCLEAR ROTATIONAL EXCITATIONS IN THE METHOD OF GENERALIZED DENSITY MATRIX

S. T. BELYAEV, V. G. ZELEVINSKY

The method, proposed by the authors before, where single particle density matrix is considered as an operator in space of collective excited states, is applied in studying nuclear rotation. Microscopic transformation similar to transition into the system of intrinsic axes of unified model has been found. The operator structure of equations has been studied and a regular scheme for their solution has been worked out. Approximation, which in the lower order gives the results of cranking model, and in the following orders — nonadiabatic rotation effects, has been considered in detail.
