Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 39 *1960* *Вып. 5(11)*

О ПРИРОДЕ ПЕРВЫХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

С. Т. Беляев

Исследуются возможные коллективные возбуждения сферических ядер и анализируется их микроскопическая структура. Показано, что в зависимости от вида взаимодействия возбуждения представляют собой связанные состояния типа частица — частица и частица — дырка. Квадрупольные возбуждения соответствуют колебаниям, найденным ранее из макроскопического рассмотрения. Исследуется роль поляризуемости остова.

1. Введение

Спектры возбужденных состояний четно-четных недеформированных ядер имеют определенные закономерности [1]. Первое возбужденное состояние 2^+, и его энергия монотонно возрастает при приближении к замкнутой оболочке [1]. Вероятность $E2$-перехода в основное состояние при этом монотонно уменьшается, а величина ее значительно превосходит одночастичное значение. Второе возбужденное состояние (4^+, 2^+ или 0^+) лежит примерно вдвое выше, причем у многих ядер найден близкий дублет (4^+, 2^+), а у некоторых — триплет (4^+, 2^+, 0^+). Установлены также определенные закономерности электромагнитных переходов из этих состояний.

Наличие указанных общих закономерностей заставляет сделать предположение о коллективной природе возбуждений. Модель поверхностных гидродинамических колебаний оказывается несостоятельной, так как для объяснения экспериментальных значений энергетических уровней и вероятностей переходов приходится в десятки раз увеличивать теоретическое значение массового коэффициента. Кроме того, эта модель не объясняет сильную зависимость энергии колебаний (первого 2^+ уровня) от заполнения верхней оболочки.

Автором ранее было показано [2], что при учете парной корреляции нуклонов и их «квадрупольного» взаимодействия возникает новый вид колебаний сферического ядра, существенно не гидродинамической природы. Эти «колебания» связаны в основном с изменением конфигурации внешних нуклонов и могут осуществляться и при закрепленной ядерной поверхности. Энергия найденных колебаний, массовый коэффициент и их зависимость от заполнения верхней оболочки качественно согласуются с экспериментальными данными.

В настоящей работе будет рассмотрена микроскопическая структура этих возбуждений, что позволит более детально выяснить их природу и установить связь с одночастичным описанием. Для выяснения вопроса о закономерности учета только взаимодействия, обусловливающего спаривание, и квадрупольного взаимодействия нуклонов исследуются возможные коллективные возбуждения при произвольном виде взаимодействия. Устанавливается также влияние поляризуемости остова на эффективное взаимодействие между нуклонами.

Имея в виду выяснение принципиальных вопросов о природе коллективных возбуждений и условиях их возникновения, мы ограничиваемся рассмотрением частного случая незаполненной оболочки из одного j-уровня. Полученные результаты, однако, качественно справедливы и в общем случае.

[1] Подобное поведение, но в меньшей степени, наблюдается также для некоторых подоболочек.

2. Макроскопическое описание возбуждений

Рассмотрим кратко макроскопическую картину квадрупольных колебаний [2], которая поможет установить связь с микрооописанием. Будем рассматривать нуклоны одного сорта на подоболочке $j \gg 1$. Гамильтониан во вторичном квантовании имеет вид

$$H = H_0 + H_{int} = \sum_m (\varepsilon - \lambda)\, a_m^+ a_m + \tfrac{1}{2} \sum_m \langle m_1 m_2 | V | m_2' m_1' \rangle\, a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ a_{m_2'} a_{m_1'}, \tag{2.1}$$

где a_m^+ и a_m — операторы рождения и уничтожения нуклона в состоянии $|jm\rangle$, а химический потенциал λ введен, как обычно, для устранения трудностей с фиксированием числа частиц в системе.

Учтем, во-первых, взаимодействие нуклонов, описывающее спаривание двух частиц в состоянии с полным моментом $J = 0$:

$$H_{int}'' = -\tfrac{1}{4} G \sum_{mm'} (-1)^{j+m}\, a_m^+ a_{-m}^+ (-1)^{j+m'} a_{-m'}\, a_{m'}, \tag{2.2}$$

где G — константа взаимодействия. Гамильтониан (2.2) описывает взаимодействие пары в состоянии $J = 0$. Во всех других состояниях частицы не взаимодействуют. Поэтому разрыв пары с $J = 0$ приводит к одной и той же энергии возбуждения вне зависимости от конечного состояния «разорванной» пары. Реальное взаимодействие, естественно, снимает это вырождение, но качественно такая картина возбуждений остается справедливой.

Наряду с «одночастичными» возбуждениями, связанными с разрывом одной пары, существуют возбуждения коллективного типа, при которых происходит небольшая перестройка всех пар. При этом, строго говоря, система уже перестает быть совокупностью независимых пар, и ее следует описывать некоторыми «коллективными» параметрами. Выберем в качестве такого параметра полный квадрупольный момент Q [2]. Основному состоянию соответствует $Q = 0$, а коллективным возбужденным состояниям данного типа отвечает некоторая перестройка одночастичных состояний и появление отличного от нуля Q. Предполагая адиабатичность изменения коллективного параметра Q, найдем сначала энергию системы при фиксированном значении Q, а затем рассмотрим малые колебания по Q.

При указанных коллективных возбуждениях важную роль играет взаимодействие частиц типа самосогласованного поля. Мы учтем часть такого взаимодействия, связанную с квадрупольной асимметрией («квадрупольное взаимодействие»):

$$H_{int}' = -\tfrac{1}{2} \varkappa \sum_{mm'} q_m q_{m'} a_m^+ a_{m'}^+ a_{m'} a_m, \tag{2.3}$$

где $q_m = \langle jm | \hat{q} | jm \rangle$ — матричный элемент одночастичного квадрупольного момента, а $\varkappa$ — параметр взаимодействия.

Для нахождения основного состояния системы при фиксированном значении Q удобно учесть дополнительное условие $Q = \text{const}$ методом множителей Лагранжа, добавив к гамильтониану член $-\sigma\hat{Q}$ ($\hat{Q} = \Sigma q_m a_m^+ a_m$ — оператор квадрупольного момента), а затем определить σ из условия $\langle \hat{Q} \rangle = Q$.

Итак, рассмотрим вспомогательный гамильтониан

$$\bar{H} = H - \sigma\hat{Q} = \sum_m (\varepsilon - \lambda - \sigma q_m)\, a_m^+ a_m + H_{int}'' + H_{int}'. \tag{2.4}$$

[2] Имеется в виду квадрупольный момент массы, а не заряда.

Произведем каноническое преобразование к новым ферми-операторам [3]

$$\alpha_m = U_m a_m - (-1)^{j+m} V_m a^+_{-m}, \qquad U_m^2 + V_m^2 = 1 \tag{2.5}$$

и потребуем минимума $\bar{H}$ для основного состояния $\Psi_0(Q)$, определяемого условием $\alpha_m \Psi_0(Q) = 0$ («вакуум» по квазичастицам). При этом получим уравнение для U_m и V_m

$$(\varepsilon - \lambda - \tilde{\sigma} q_m)\, 2U_m V_m - \Delta\,(U_m^2 - V_m^2) = 0, \tag{2.6}$$

где

$$\Delta = \tfrac{1}{2} G \sum_m U_m V_m, \qquad Q = \sum_m q_m V_m^2, \qquad \tilde{\sigma} = \sigma + \varkappa Q. \tag{2.7}$$

Выражая U_m и V_m через Δ и используя связь химического потенциала λ с полным числом частиц ($N = \Sigma V_m^2$), получаем систему уравнений для определения Δ и λ:

$$\frac{G}{4} \sum_m \frac{1}{[\Delta^2 + (\varepsilon - \lambda - \tilde{\sigma} q_m)^2]^{1/2}} = 1, \qquad \sum_m \frac{\varepsilon - \lambda - \tilde{\sigma} q_m}{[\Delta^2 + (\varepsilon - \lambda - \tilde{\sigma} q_m)^2]^{1/2}} = 2\,(\Omega - N), \tag{2.8}$$

где $2\Omega = 2j + 1$ — полное число состояний в подоболочке.

Энергия основного состояния системы, W, определяется как среднее значение исходного гамильтониана $H = H_0 + H'_{int} + H''_{int}$ в состоянии $\Psi_0(Q)$. В результате найдем

$$W = \langle \Psi_0(Q),\ H \Psi_0(Q) \rangle = (\varepsilon - \lambda) N - \tfrac{1}{2} \varkappa Q^2 - \Delta^2 / G. \tag{2.9}$$

Для энергии квазичастицы аналогичным образом получим

$$E_m = \langle \Psi_0(Q),\ \alpha_m H \alpha^+_m\ \Psi_0(Q) \rangle - W = \sqrt{\Delta^2 + (\varepsilon - \lambda - \tilde{\sigma} q_m)^2}. \tag{2.10}$$

При малых σ решение (2.8) для Δ, U_m и V_m имеет вид

$$\Delta \approx \tfrac{1}{2} \Omega G \sin\vartheta \left\{1 - \frac{\tilde{\sigma}^2}{(\Omega G)^2} \frac{1}{\Omega} \sum_m q_m^2\right\}, \tag{2.11}$$

$$U_m \approx U - V \frac{\tilde{\sigma}}{\Omega G} q_m \sin\vartheta, \qquad V_m = V + U \frac{\tilde{\sigma}}{\Omega G} q_m \sin\vartheta, \tag{2.12}$$

где

$$V = (N / 2\Omega)^{1/2}, \qquad U = (1 - N / 2\Omega)^{1/2}, \qquad \sin\vartheta = 2UV. \tag{2.13}$$

(Величина $\sin\vartheta$ характеризует степень заполнения оболочки, меняясь от единицы для оболочки, заполненной наполовину, до нуля на краю оболочки.) Параметр $\tilde{\sigma}$ связан с квадрупольным моментом:

$$Q = \sum_m q_m V_m^2 = \frac{\tilde{\sigma}}{\Omega G} \sin^2\vartheta \sum_m q_m^2. \tag{2.14}$$

Волновую функцию состояния с отличным от нуля Q, $\Psi_0(Q)$, можно выразить через функции «сферического ядра» $\Psi(0)$. Для этого введем квазичастицы для сферического ядра $\alpha^{(0)}_m$, определяемые из (2.5) с $U_m = U$, $V_m = V$. Легко видеть, что справедливо соотношение

$$\alpha_m \approx (UU_m + VV_m)\, \alpha^{(0)}_m + (VU_m - UV_m)\, (-1)^{j+m}\, \alpha^{(0)+}_{-m},$$

из которого следует, что

$$\Psi_0(Q) = \exp\left\{\frac{1}{2} \sum_m \frac{UV_m - VU_m}{UU_m + VV_m} (-1)^{j+m}\ \alpha^{(0)+}_m\ \alpha^{(0)+}_{-m}\right\} \Psi_0(0),$$

или для малых Q

$$\Psi_0(Q) = \exp\left\{Q\left(2\sin\vartheta\sum q_m^2\right)^{-1}\sum_m (-1)^{j+m} q_m \alpha_m^{(0)+}\alpha_{-m}^{(0)+}\right\}\Psi_0(0). \quad (2.15)$$

Для энергии основного состояния в том же приближении малых Q находим из (2.9), (2.11) и (2.14)

$$W(Q) - W(0) = \tfrac{1}{2}\Omega G\,(1 - \Theta_0^{-1}\sin^2\vartheta)\,Q^2\,(\sin^2\vartheta\sum q_m^2)^{-1} \equiv \tfrac{1}{2} C_Q Q^2, \quad (2.16)$$

где

$$\frac{1}{\Theta_0} = \frac{\varkappa}{\Omega G}\sum_m q_m^2.$$

(Величина Θ_0 определяет критическое заполнение, при котором сферическая форма ядра теряет устойчивость). Выражение (2.16) определяет зависимость энергии системы от коллективного параметра Q, т. е. является «потенциальной энергией» коллективного движения. Полный гамильтониан коллективного движения при малых Q имеет вид

$$H_Q = \tfrac{1}{2} B_Q \dot{Q}^2 + \tfrac{1}{2} C_Q Q^2,$$

где «массовый коэффициент» B_Q определяется выражением ($\hbar = 1$)

$$B_Q = 2\sum_{i\neq 0}\left|\left\langle\Psi_i,\ \frac{\partial}{\partial Q}\Psi_0\right\rangle\right|^2 \Big/ (W_i - W_0). \quad (2.17)$$

Из (2.15) находим

$$\left[\frac{\partial}{\partial Q}\Psi_0(Q)\right]_{Q=0} = \left(2\sin\vartheta\sum q_m^2\right)^{-1}\sum_m (-1)^{j+m} q_m \alpha_m^{(0)+}\alpha_{-m}^{(0)+}\Psi_0(0),$$

откуда непосредственно видно, что оператор $\partial/\partial Q$ перебрасывает систему в состояние с двумя квазичастицами; поэтому $W_i - W_0 = 2E = \Omega G$. После простых преобразований находим

$$B_Q = (\Omega G\sin^2\vartheta\sum q_m^2)^{-1}. \quad (2.18)$$

Для энергии колебаний находим, согласно (2.16) и (2.18),

$$\omega = \sqrt{C_Q/B_Q} = 2E\sqrt{1 - \Theta_0^{-1}\sin^2\vartheta}. \quad (2.19)$$

Как следует из (2.19), энергия найденного коллективного возбуждения действительно оказывается меньше энергии разрыва пары $2E = \Omega G$ («одночастичное» возбуждение), причем величина ω монотонно уменьшается при увеличении заполнения ($\sin^2\vartheta \to 1$).

3. Микроскопическое рассмотрение квадрупольных возбуждений

В этом разделе мы рассмотрим ту же задачу другим методом, который позволит установить микроскопическую структуру найденных возбуждений. Там, где это окажется возможным, мы будем подчеркивать аналогию с бесконечными системами, для которых характер возбуждений достаточно изучен.

Как известно, нижние возбужденные состояния системы многих частиц могут быть приближенно описаны как совокупность элементарных возбуждений — квазичастиц. В идеальном вырожденном ферми-газе квазичастицы представляют собой дырки в ферми-заполнении и частицы над ним. Включение взаимодействия приводит, во-первых, к изменению эффективной массы квазичастиц, а во-вторых, к появлению взаимодействия между самими квазичастицами. Если последнее не приводит к появлению связан-

ных состояний, а только к процессам рассеяния, то им обычно можно пренебречь, так как процессы рассеяния квазичастиц дают лишь поправки $\sim\Omega^{-1}$ (Ω — объем системы).

В том же случае, когда оказываются возможными связанные состояния, возникают новые — «коллективные» — возбуждения. Так, при отталкивании между частицами в ферми-системе могут возникать связанные состояния частицы и дырки у границы Ферми, что приводит к новому типу возбуждений — нулевому звуку [4]. Можно сказать, что возбужденное состояние с двумя квазичастицами оказывается неустойчивым относительно образования связанной пары этих квазичастиц. В случае притяжения свойства ферми-системы меняются более радикально, становятся возможными связанные состояния между частицами вблизи поверхности Ферми, что приводит к неустойчивости уже основного состояния относительно спаривания между частицами, и резкая ферми-граница размывается. Квазичастицы вблизи нового основного состояния представляют собой суперпозицию дырки и частицы.

Один многократно вырожденный уровень ($j \gg 1$) эквивалентен бесконечно тонкому шаровому слою размытого ферми-заполнения. Число состояний $2\Omega = 2j + 1$ играет роль «объема» системы. Согласно сказанному выше, решить задачу о взаимодействующих нуклонах на этом уровне с точностью до Ω^{-1} означает, во-первых, нахождение квазичастиц, а во-вторых,— «связанных состояний». (В системе конечных размеров понятие связанного состояния довольно условно, мы будем его использовать для обозначения сильно коррелированных состояний.)

Для исследования возбуждений системы многих частиц удобно использовать метод функций Грина [5]. Одночастичные возбуждения (спектр квазичастиц) описываются одночастичными функциями. При наличии спаривания в основном состоянии необходимо использовать три функции (см. Горьков [6]):

$$\begin{aligned} G(m;\ t_1 - t_2) &= -i\langle T\{a_m(t_1)\, a_m^+(t_2)\}\rangle, \\ F(m;\ t_1 - t_2) &= -ie^{i\lambda(t_1+t_2)}\langle T\{a_m(t_1)\, a_{-m}(t_2)\}\rangle, \\ F^+(m;\ t_1 - t_2) &= -ie^{-i\lambda(t_1+t_2)}\langle T\{a_m^+(t_1)\, a_{-m}^+(t_2)\}\rangle, \end{aligned} \tag{3.1}$$

которые в нашем случае (сферическая симметрия) имеют следующие фурье-образы:

$$\begin{aligned} G(m;\ \varepsilon) &= \frac{U^2}{\varepsilon - E + i\delta} + \frac{V^2}{\varepsilon + E - i\delta} \qquad (\delta \to +0), \\ F(m;\ \varepsilon) &= -F^+(m;\ \varepsilon) = -(-1)^{j+m} UV\left(\frac{1}{\varepsilon - E + i\delta} - \frac{1}{\varepsilon + E - i\delta}\right), \end{aligned} \tag{3.2}$$

причем U и V определены в (2.13), а E — энергия квазичастицы (в первом приближении равная $\Omega G/2$).

Для исследования коллективных возбуждений следует рассматривать двухчастичные функции Грина. При наличии спаривания в общем случае нельзя написать замкнутого уравнения для одной функции, а необходимо вводить три различные функции, например

$$\begin{aligned} K_{22} &= \langle T\{a_1 a_2^+ a_3 a_4^+\}\rangle, \qquad K_{13} = \langle T\{a_1^+ a_2^+ a_3 a_4^+\}\rangle, \\ K_{31} &= \langle T\{a_1 a_2 a_3 a_4^+\}\rangle. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Так, уравнение для K_{22} имеет вид (см. рис. 1)

$$\begin{aligned} K_{22}(12;\ 34) = K_{22}^0(12;\ 34) &+ i\{G(1;\ 5)\, G(7;\ 2) + \\ &+ F(17)\, F^+(25)\}\,\Gamma'(56;\ 78)\, K_{22}(86;\ 34) + \\ &+ iF(17)\, G(8;\ 2)\,\Gamma''(56;\ 78)\, K_{13}(56;\ 34) + \\ &+ iG(1;\ 5)\, F^+(26)\,\Gamma''(56;\ 78)\, K_{31}(87;\ 34) \end{aligned} \tag{3.4}$$

(по дважды повторяющимся индексам 5—8 подразумевается интегрирование). Здесь Γ — компактный (неприводимый) четырехполюсник, который

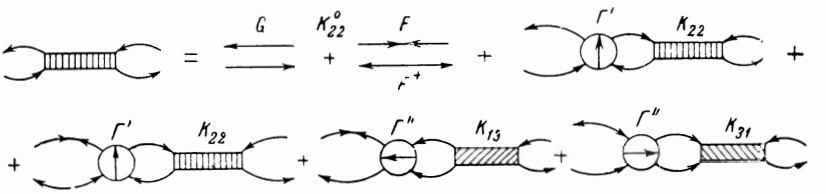


Рис. 1

в первом приближении равен соответствующему матричному элементу взаимодействия (см. (2.1)):

$$2\Gamma''_0(12;\ 2'1') = \Gamma'_0(12;\ 2'1') = \langle 12|V|2'1'\rangle - \langle 12|V|1'2'\rangle, \qquad (3.5)$$

В более высоких приближениях в Γ следует различать направления «неприводимости» (рис. 2). Совокупность графиков, неприводимая по направлению движения двух частиц, обозначена Γ'', а совокупность, неприводимая в направлении частица — дырка, — через Γ'.

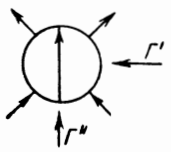


Рис. 2

В правую часть (3.4) наряду с K_{22} входят также две другие функции, так что в общем случае необходимо рассматривать систему трех уравнений. Для дальнейшего удобно расщепить функции K.

Считая $t_1,\ t_2 > t_3,\ t_4$, запишем

$$K_{22} = \sum_s \varphi_s(12)\,\tilde{\varphi}_s(34); \qquad K_{31} = \sum_s \chi_s(12)\,\tilde{\varphi}_s(34),$$

$$K_{13} = \sum_s \bar{\chi}_s(12)\,\tilde{\varphi}_s(34),$$

где

$$\varphi_s(12) = \langle 0|T\{a_1 a_2^+\}|s\rangle, \qquad \tilde{\varphi}_s(34) = \langle s|T\{a_3 a_4^+\}|0\rangle,$$
$$\chi_s(12) = \langle 0|T\{a_1 a_2\}|s\rangle, \qquad \bar{\chi}_s(12) = \langle 0|T\{a_1^+ a_2^+\}|s\rangle. \qquad (3.6)$$

При исследовании связанных состояний неоднородности в уравнениях для K (член K^0_{22} в (3.4)) можно отбросить [7,5]. После этого, используя то обстоятельство, что $\tilde{\varphi}_s(34)$ входит в каждый член, все уравнения можно «сократить» на $\tilde{\varphi}_s(34)$. В результате получим систему однородных уравнений для φ_s, χ_s и $\bar{\chi}_s$.

Для дальнейшего упрощения будем считать, что Γ описывает незапаздывающее взаимодействие [3]. Тогда оба времени у функций φ_s, χ_s и $\bar{\chi}_s$ можно взять равными ($t_1 - t_2 \to -0$), так что задача сводится к определению трех функций:

$$\varphi_{\omega\mu}(m) = \langle 0|a_m^+ a_{m+\mu}|\omega\mu\rangle,$$
$$\chi_{\omega\mu}(m) = \langle 0|a_{-m} a_{m+\mu}|\omega\mu\rangle, \qquad \bar{\chi}_{\omega\mu}(m) = \langle 0|a_m^+ a_{-m-\mu}^+|\omega\mu\rangle, \qquad (3.7)$$

где состояние $|s\rangle$ характеризуется энергией ω и проекцией момента μ. Система уравнений для функций (3.7) имеет вид

$$(4E^2 - \omega^2)\varphi_{\omega\mu}(m) = -2E\sin^2\vartheta \sum_{m'} \Gamma'_\mu(m;\ m')\varphi_{\omega\mu}(m') -$$

$$- E\sin\vartheta\cos\vartheta \sum_{m'} \Gamma''_\mu(m;\ m')\chi^{(+)}_{\omega\mu}(m') - \tfrac{1}{2}\omega\sin\vartheta \sum_{m'} \Gamma''_\mu(m;\ m')\chi^{(-)}_{\omega\mu}(m'), \qquad (3.8a)$$

[3] Время запаздывания взаимодействия нуклонов в ядре $\sim \varepsilon_F^{-1}$ (ε_F — энергия границы Ферми), что значительно меньше интересующих нас времен ω^{-1}.

$$(4E^2-\omega^2)\,\chi^{(+)}_{\omega\mu}(m)=-2E\cos^2\vartheta\sum_{m'}\Gamma''_{\mu}(m;\,m')\,\chi^{(+)}_{\omega\mu}(m')-$$

$$-\omega\cos\vartheta\sum_{m'}\Gamma''_{\mu}(m;\,m')\,\chi^{(-)}_{\omega\mu}(m')-4E\sin\vartheta\cos\vartheta\sum_{m'}\Gamma'_{\mu}(m;\,m')\,\varphi_{\omega\mu}(m'),\quad(3.8б)$$

$$(4E^2-\omega^2)\,\chi^{(-)}_{\omega\mu}(m)=-2E\sum_{m'}\Gamma''_{\mu}(m;\,m')\,\chi^{(-)}_{\omega\mu}(m')-$$

$$-\omega\cos\vartheta\sum_{m'}\Gamma''_{\mu}(m;\,m')\,\chi^{(+)}_{\omega\mu}(m')-2\omega\sin\vartheta\sum_{m'}\Gamma'_{\mu}(m;\,m')\,\varphi_{\omega\mu}(m'),\quad(3.8в)$$

где вместо χ и $\overline{\chi}$ введены их линейные комбинации

$$\chi^{(\pm)}_{\omega\mu}(m)=(-1)^{j+m}\{\chi_{\omega\mu}(m)\pm(-1)^{\mu}\,\overline{\chi}_{\omega\mu}(m)\}\qquad(3.9)$$

и для сокращения положено

$$\Gamma'_{\mu}(m;\,m')=\tfrac{1}{2}\{\Gamma'(m+\mu,m';\,m'+\mu,m)+(-1)^{\mu}\,\Gamma'(-m,m';\,m'+\mu,-m-\mu)\},\qquad(3.10)$$

$$\Gamma''_{\mu}(m;\,m')=(-1)^{j+m}\,\Gamma''(m+\mu,-m;\;-m',m'+\mu)\,(-1)^{j+m'}.$$

До сих пор мы не конкретизировали взаимодействие между частицами. Рассмотрим теперь частный случай «квадрупольного» взаимодействия (2.3), для которого находим, согласно (3.5) и (3.10),

$$\Gamma'_{\mu}(m;\,m')=-\delta_{\mu 0}\,\varkappa q_m\,q_{m'},\qquad\Gamma''_{\mu}=0.\qquad(3.11)$$

Подставляя (3.11) в (3.8), находим

$$(4E^2-\omega^2)\,\varphi_{\omega}(m)=2\varkappa E\sin^2\vartheta\,q_m\sum_{m'}q_{m'}\,\varphi_{\omega}(m'),\qquad(3.12а)$$

$$(4E^2-\omega^2)\,\chi^{(+)}_{\omega}(m)=4\varkappa E\cos\vartheta\sin\vartheta\,q_m\sum_{m'}q_{m'}\,\varphi_{\omega}(m'),\qquad(3.12б)$$

$$(4E^2-\omega^2)\,\chi^{(-)}_{\omega}(m)=2\varkappa\omega\sin\vartheta\,q_m\sum_{m'}q_{m'}\,\varphi_{\omega}(m').\qquad(3.12в)$$

Первое уравнение содержит только φ_ω. Из условия разрешимости этого уравнения находим энергию связанного состояния

$$\omega=2E\left[1-\frac{\varkappa}{2E}\sin^2\vartheta\sum_{m}q_m^2\right]^{1/2},\qquad(3.13)$$

которая в точности совпадает с (2.19).

Функция φ_ω (3.7) описывает пару частица — дырка, и, следовательно, найденное возбуждение является связанным состоянием дырки и частицы. В этом смысле оно является некоторым аналогом нулевого звука бесконечной ферми-системы. Однако найденное состояние не описывается только функцией φ_ω. Из уравнений (3.12б, в) видно, что функции $\chi^{(\pm)}_{\omega}$ также отличны от нуля. Это становится понятным, если вспомнить, что при наличии спаривания квазичастицы представляют собой суперпозиции дырки и частицы. При квадрупольном взаимодействии «дырочная» компонента одной квазичастицы связывается с «частичной» компонентой партнера, но в связанном состоянии присутствуют и другие компоненты. Следует подчеркнуть, что возможность образования связанного состояния частицы и дырки возникает лишь при наличии в системе пар с $J=0$ куперовского типа (частица — частица). Это видно, в частности, из выражения (3.13) для энергии связанного состояния, куда явно входит энергия куперовского спаривания $2E$.

Как видно из (3.12), зависимость функций φ_ω, $\chi_\omega^{(\pm)}$ от проекции момента m определяется величиной q_m, пропорциональной коэффициенту Клебша—Гордана ($jm\ j\ -m|\ 20$), и, следовательно, найденное состояние характеризуется моментом $J = 2$.

Рассмотрим теперь взаимодействие спаривания (2.2), для которого из (3.5) и (3.10) находим

$$\Gamma'_\mu(m; m') = 0, \qquad \Gamma''_\mu(m; m') = -\delta_{\mu 0} G/2. \tag{3.14}$$

При $\Gamma' = 0$ энергия связанного состояния определяется фактически из последних двух уравнений (3.8), которые в этом случае содержат только $\chi^{(\pm)}$, описывающие пары частиц или дырок. Следовательно, в этом случае связанное состояние вызывается спариванием куперовского типа (частица — частица или дырка — дырка). Решение секулярного уравнения для взаимодействия (3.14) дает для энергии связанного состояния $\omega = 0$. Этот результат очевиден, так как связанные пары куперовского типа с $J = 0$ (которые описываются взаимодействием (2.2)) уже учтены в основном состоянии системы. Заметим, что при решении уравнений (3.8) взаимодействие, описывающее спаривание, и квадрупольное взаимодействие можно рассматривать независимо, так как они приводят к связанным состояниям с разными моментами.

Подчеркнем, что, хотя формулы (2.19) и (3.13) формально совпадают, между ними есть существенное различие. При выводе (2.19) использовалось требование адиабатичности, что формально ограничивает область ее применимости условием $\omega \leqslant 2E$, тогда как выражение (3.13) свободно от этого ограничения. Другим преимуществом микроскопического рассмотрения является возможность выразить волновые функции «коллективного» состояния через одночастичные функции (функции φ_ω, $\chi_\omega^{(\pm)}$ непосредственно дают вклад различных одночастичных комбинаций).

Таким образом, при наличии взаимодействия, описывающего спаривание, (2.2) и квадрупольного взаимодействия (2.3) в системе возможны коллективные возбуждения, которые макроскопически можно рассматривать как колебания квадрупольного момента, а микроскопически — как связанное состояние дырки и частицы с $J = 2$. Возникает вопрос: чем оправдывается и насколько существенным является специальный выбор гамильтониана? Не изменится ли характер возбуждений при рассмотрении более реального взаимодействия? Эти вопросы анализируются в следующем разделе.

4. Коллективные возбуждения при произвольном взаимодействии

Как было установлено в предыдущем разделе, величины Γ' и Γ'', описывающие эффективное взаимодействие, приводят к связанным состояниям различной природы. Γ'' связывает частицу с частицей (дырку с дыркой), а Γ' — частицу с дыркой. До сих пор мы учитывали только пары первого типа с моментом $J = 0$ и пары второго типа с $J = 2$. В общем случае Γ' и Γ'' описывают взаимодействие в состояниях с любыми возможными моментами [4]. Удобно представить Γ' и Γ'' в виде суммы членов, отвечающих спариванию с определенным J.

Рассмотрим сначала Γ' и Γ'' первого приближения (3.5). Для определения зависимости матричного элемента от проекций одночастичных моментов удобно выделить в потенциале взаимодействия угловую зависимость, записав ее через сферические тензорные операторы [8]:

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_k v_k(r_1 r_2)\,(T^k(1)\,T^k(2)). \tag{4.1}$$

[4] Для j^N-конфигурации возможны четные моменты $0 \leqslant J \leqslant 2j - 1$.

Отсюда для произвольного матричного элемента между одночастичными состояниями $|1\rangle \equiv |n_1 l_1 j_1 m_1\rangle$ следует [8]

$$\langle 12|V|2'1'\rangle = \\ = -\sum_{k\mu}(-1)^{\mu}F'_k(-1)^{j'_1-m'_1}(j_1m_1\,j'_1-m'_1|k\mu)(-1)^{j'_2-m'_2}(j_2m_2\,j'_2-m'_2|k-\mu), \tag{4.2}$$

где независящие от m величины F'_k определяются как

$$F'_k = -(2k+1)^{-1}(1\|T^k\|1')(2\|T^k\|2')F^{(k)}(122'1'). \tag{4.3}$$

(Здесь $F^{(k)}$ — радиальные интегралы Слеттера, а $(1\|T^k\|1')$ — приведенные матричные элементы от тензорных операторов).

Используя (4.2), можно записать гамильтониан взаимодействия в виде

$$H_{int} \approx -\tfrac{1}{2}\sum_{\substack{122'1'\\ k\mu}} F'_k(122'1')(-1)^{\mu}(a_1^+\,a_{1'})_{k\mu}(a_2^+\,a_{2'})_{k-\mu}, \tag{4.4}$$

где величину

$$(a_1^+\,a_{1'})_{k\mu} = \sum_m (-1)^{j'_1-m'_1}(j_1m_1\,j'_1-m'_1|k\mu)\,a_1^+\,a_{1'} \tag{4.5}$$

можно рассматривать как оператор, описывающий частицу и дырку в состоянии с моментом k. Наряду с (4.4), возможно разложение H_{int} по состояниям с определенным моментом пар частица — частица и дырка — дырка:

$$H_{int} = -\tfrac{1}{2}\sum_{\substack{122'1'\\ k\mu}} f_k(a_1^+\,a_2^+)_{k\mu}(a_{2'}\,a_{1'})_{k\mu}, \tag{4.6}$$

что соответствует представлению матричного элемента в виде

$$\langle 12|V|2'1'\rangle = -\sum_{k\mu} f_k(j_1m_1j_2m_2|k\mu)(j'_1m'_1\,j'_2m'_2|k\mu). \tag{4.7}$$

Используя алгебру коэффициентов Клебша — Гордана (см., например, [8,9]), можно связать коэффициенты разложений (4.2) и (4.7). В результате найдем

$$f_k = (-1)^{j_1+j'_2-k}\sum_l (2l+1)\,W(j_1\,j_2\,j'_1\,j'_2;\;kl)\,F'_l, \tag{4.8}$$

где W — коэффициент Рака. Аналогичным образом можно получить выражения для «обменных» матричных элементов в (3.5), добавление которых эквивалентно изменению величин F'_k и f_k в (4.2) и (4.8). В случае одного j-уровня обменные поправки к f_k и F'_k равны соответственно f_k и $-f_k$. В результате с учетом (3.5) и (3.10) имеем ($F_k = F'_k - f_k$):

$$\Gamma'_{\mu}(m;\,m') = \\ = -\sum_k F_k(-1)^{j-m}(j,\,m+\mu,\,j,\,-m|k\mu)(-1)^{j-m'}(j,\,m'+\mu,\,j,-m'|k\mu), \tag{4.9}$$

$$\Gamma''_{\mu}(m;\,m') = \\ = -\sum_k f_k(-1)^{j-m}(j,m+\mu,\,j,-m|k\mu)(-1)^{j-m'}(j,m'+\mu,\,j,-m'|k\mu).$$

Заметим, что при выводе формул (4.9) разложение (4.2) использовалось только для выделения правильной зависимости от проекций момента, т. е. геометрического фактора. Поэтому выражения (4.9) справедливы не только в первом приближении по потенциалу взаимодействия, но и в общем случае (в пренебрежении запаздыванием).

Величина F_k в (4.9) является эффективным взаимодействием (энергией связи) частицы и дырки в состоянии с моментом k, а f_k — аналогичной характеристикой двух частиц (дырок) [5]. Соотношение (4.8) между величинами f_k и F_k в общем случае не имеет места, так как четырехполюсникам Γ'' и Γ' соответствуют различные неприводимые совокупности графиков, однако оно остается справедливым для Γ, неприводимых в обоих направлениях (см. текст после формулы (3.5)).

Подставляя (4.9) в (3.8) и используя ортогональность коэффициентов Клебша — Гордана, можно получить систему алгебраических уравнений для волновых функций пар с определенным моментом k (и его проекцией μ)

$$\varphi_{\omega k} = \sum_m (-1)^{j-m} (j, m+\mu, j, -m \mid k\mu)\, \varphi_{\omega\mu}(m),$$

$$\chi^{(\pm)}_{\omega k} = \sum_m (-1)^{j-m} (j, m+\mu, j, -m \mid k\mu)\, \chi^{(\pm)}_{\omega\mu}(m); \tag{4.10}$$

$$(4E^2 - \omega^2 - 2F_k E \sin^2\vartheta)\,\varphi_{\omega k} - f_k E \sin\vartheta\cos\vartheta\,\chi^{(+)}_{\omega k} - \tfrac{1}{2} f_k \omega \sin\vartheta\,\chi^{(-)}_{\omega k} = 0, \tag{4.11а}$$

$$(4E^2 - \omega^2 - 2f_k E\cos^2\vartheta)\,\chi^{(+)}_{\omega k} - f_k \omega\cos\vartheta\chi^{(-)}_{\omega k} - 4F_k E\sin\vartheta\cos\vartheta\,\varphi_{\omega k} = 0, \tag{4.11б}$$

$$(4E^2 - \omega^2 - 2f_k E)\,\chi^{(-)}_{\omega k} - f_k \omega\cos\vartheta\chi^{(+)}_{\omega k} - 2F_k \omega\sin\vartheta\,\varphi_{\omega k} = 0. \tag{4.11в}$$

Условие разрешимости системы (4.11) имеет вид

$$(4E^2 - \omega^2)^2 [(2E - f_k)^2 - (2E - f_k)(F_k - f_k)\sin^2\vartheta - \omega^2] = 0, \tag{4.12}$$

откуда для энергии связанного состояния с моментом k находим

$$\omega_k = (2E - f_k)\left[1 - \frac{F_k - f_k}{2E - f_k}\sin^2\vartheta\right]^{1/2}. \tag{4.13}$$

Если спаривание куперовского типа отсутствует ($f_k = 0$), то (4.13) при $F_k \to F_2 = \varkappa \sum q_m^2$ переходит в (3.13). В общем случае связанное состояние определяется спариванием обоих типов (частица — частица и частица — дырка). Если $F_k > f_k$, то, как видно из (4.13), учет f_k приводит лишь к перенормировке величин E и F_k, а зависимость ω_k от заполнения оболочки остается той же.

В случае $F_k < f_k$ эта зависимость существенно меняется. Так, в предельном случае $F_k = 0$ получаем

$$\omega_k = 2E\left[\left(1 - \frac{f_k}{2E}\right)\left(1 - \frac{f_k}{2E}\cos^2\vartheta\right)\right]^{1/2}. \tag{4.14}$$

Установить какое-либо общее соотношение между f_k и F_k невозможно. Для ориентировки рассмотрим случай, когда справедливо соотношение (4.8). При $j \gg 1$ главный вклад в правую часть (4.8) дают члены с большими l и можно воспользоваться приближением (j, $l \gg k$) [9]

$$W(jjjj;\, kl) \approx -(2j+1)^{-1} P_k(\cos\alpha_l),$$

$$\cos\alpha_l = [l(l+1) - 2j(j+1)]\,/\,2j(j+1).$$

[5] При знаке, выбранном в (4.3), F_k и f_k положительны для притяжения.

В этом приближении (4.8) принимает вид

$$f_k \approx \tfrac{1}{2}(j+\tfrac{1}{2}) \int_{-1}^{1} P_k(\cos\alpha_l)\, F'_l\, d\cos\alpha_l. \tag{4.15}$$

Рассмотрим случай δ-взаимодействия $V_{12} \sim \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, для которого [10]

$$F'_0 = 2G(j+\tfrac{1}{2});\ F'_2 = \tfrac{1}{4}F'_0, \ldots, \qquad F'_{l>1} \approx \frac{2G}{\pi}\sqrt{\left(\frac{2j+1}{l}\right)^2 - 1} \approx \frac{2G}{\pi}\operatorname{tg}\frac{\alpha_l}{2}, \tag{4.16}$$

где G — константа, связанная с радиальным интегралом. Подставляя (4.16) в (4.15), находим

$$f_k \approx \frac{4G}{\pi}(j+\tfrac{1}{2}) \int_0^{\pi/2} P_k(\cos 2\beta)\sin^2\beta d\beta. \tag{4.17}$$

В частности,[5] $f_0 = G(j+1/2)$, $f_2 = 1/4 f_0$, и из сравнения с (4.16) следует, что для δ-взаимодействия $f_k = \frac{1}{2}F'_k = F_k$. При конечном радиусе взаимодействия это соотношение нарушается, F_k более быстро убывает с k, чем f_k [6]. В результате для малых k ($k \ll 2j-1$) имеем $F_k > f_k$, а для больших k будет $F_k < f_k$. Подчеркнем, что эти оценки являются лишь ориентировочными, так как эффективное взаимодействие Г, вообще говоря, нельзя аппроксимировать потенциалом и величины F_k и f_k могут быть немонотонными функциями k. Так, учет поляризуемости остова, как показано в следующем разделе, приводит к резкому увеличению эффективного квадрупольного взаимодействия F_2.

5. Влияние поляризации остова

Взаимодействие между частицами на j-уровне осуществляется как непосредственно, так и через нуклоны остова. Часть Г′, которая соответствует такому взаимодействию, можно представить в виде (см. рис. 3)

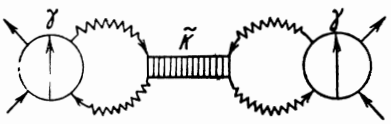


Рис. 3

$$\tilde{\Gamma}'(13;\,24) = \\ = -i\gamma(15;26)\,\tilde{K}(65;\,87)\,\gamma(73;\,84), \tag{5.1}$$

где γ — эффективное взаимодействие наружного нуклона с нуклоном остова (волнистая линия на рис. 3), а $\tilde{K}$ — функция Грина для остова. Переходя к представлению с фиксированным моментом пары частица — дырка, получим

$$\tilde{F}_k = i\sum_{\alpha\beta}\gamma_k(\alpha)\,\tilde{K}_k(\alpha;\,\beta)\,\gamma_k(\beta), \tag{5.2}$$

где $\tilde{F}_k$ — часть F_k, связанная с взаимодействием через остов, $\gamma_k(\alpha)$ описывает переход пары частица — дырка с моментом k из j-уровня в остов. Двухчастичная функция остова определяется равенством

$$\tilde{K}_k(\alpha;\,\beta;\,t-t') = \langle T\{(a^+(t)\,a(t))_{\alpha k}\,(a^+(t')\,a(t'))_{\beta k}\}\rangle. \tag{5.3}$$

Здесь $(a^+ a)_{\alpha k}$ означает состояние пары, характеризуемое моментом k и остальными квантовыми числами α. Мы предполагаем, что γ_k не содержит запаздывания, поэтому в $\tilde{K}$ можно считать времена концов попарно

[6] Это можно увидеть на предельном случае «дальнодействия», когда $F_k \sim \delta_{k0}$. Из (4.8) при этом следует $f_k \approx F_0/(2j+1) = \text{const}$.

равными. Расщепляя $\widetilde{K}$ подобно (3.6), получим

$$\widetilde{K}_k(\alpha;\ \beta;\ \tau) = \begin{cases} \sum\limits_s e^{-iE_{s0}\tau} \langle 0 | (a^+ a)_{\alpha k} | s\rangle \langle s | (a^+ a)_{\beta k} | 0\rangle, & \tau > 0 \\ \sum\limits_s e^{iE_{s0}\tau} \langle 0 | (a^+ a)_{\beta k} | s\rangle \langle s | (a^+ a)_{\alpha k} | 0\rangle, & \tau < 0. \end{cases} \tag{5.4}$$

Для фурье-образа $\widetilde{K}_k$ из (5.4) найдем

$$\widetilde{K}_k(\alpha;\ \beta;\ \omega) = i \sum_s \left\{ \frac{\langle 0 | (a^+ a)_{\alpha k} | s\rangle \langle s | (a^+ a)_{\beta k} | 0\rangle}{E_{s0} - \omega} + \frac{\langle 0 | (a^+ a)_{\beta k} | s\rangle \langle s | (a^+ a\rangle_{\alpha k} | 0\rangle}{E_{s0} + \omega} \right\}. \tag{5.5}$$

Энергия возбуждения остова $E_{s0} = E_s - E_0$ по порядку величины равна разности энергий между оболочками, тогда как интересующие нас ω соответствуют энергии спаривания наружных нуклонов, поэтому $\omega \ll E_{s0}$. Подставляя (5.5) в (5.2) и пренебрегая ω, получаем

$$\widetilde{F}_k = -\sum_{\alpha\beta} \gamma_k(\alpha)\gamma_k(\beta) \sum_s \frac{2}{E_{s0}} \langle 0 | (a^+ a)_{\alpha k} | s\rangle \langle s | (a^+ a)_{\beta k} | 0\rangle \equiv$$

$$\equiv \sum_{\alpha\beta} \gamma_k(\alpha)\gamma_k(\beta) h_k(\alpha\beta). \tag{5.6}$$

Вводя $\overline{F}_k$ — часть F_k, связанную с прямым взаимодействием ($F_k = \overline{F}_k + \widetilde{F}_k$), можно записать

$$\widetilde{F}_k = \eta_k \overline{F}_k, \tag{5.7}$$

где

$$\eta_k = \sum_{\alpha\beta} \frac{\gamma_k(\alpha)\gamma_k(\beta)}{\overline{F}_k} h \quad (\alpha\beta) \equiv \overline{\gamma}_k \sum_{\alpha\beta} h \quad (\alpha\beta). \tag{5.8}$$

Покажем, что коэффициент перенормировки прямого взаимодействия, η_k, может быть связан с величиной поляризуемости остова наружным нуклоном. Взаимодействие внешнего нуклона (b, b^+) с остовом можно записать аналогично (4.4):

$$\widetilde{H} = \sum_{\alpha k\mu} \gamma_k(\alpha)\ (-1)^{\mu}\ (b^+ b)_{k-\mu}\ (a^+ a)_{\alpha k\mu}. \tag{5.9}$$

В первом приближении можно пренебречь обратным влиянием остова на нуклон и считать состояние последнего заданным (т. е. рассматривать нуклон как внешнее поле). Усредняя (5.9) по нуклонному состоянию $|jm_0\rangle$, получим дополнительную энергию остова в присутствии внешней частицы

$$\langle \widetilde{H} \rangle_b = \sum_{\alpha k} \varphi_k \gamma_k(\alpha) (a^+ a)_{\alpha k}, \tag{5.10}$$

где

$$\varphi_k = \langle (b^+ b)_{k0} \rangle = (-1)^{j-m_0} (jm_0\, j - m_0 | k0). \tag{5.11}$$

Рассматривая (5.10) как возмущение, получим изменение волновой функции остова

$$\Psi_0^{(1)} = -\sum_{\alpha k} \varphi_k \gamma_k(\alpha) \sum_s \frac{\langle s | (a^+ a)_{\alpha k} | 0\rangle}{E_{s0}} \Psi_s^0. \tag{5.12}$$

В присутствии наружного нуклона остов теряет сферическую симметрию и его поляризацию можно характеризовать средними значениями мультипольных моментов

$$\hat{Q}_l = \sum_{12} \left\langle 1 \left| \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}\, r^l Y_{l0} \right| 2 \right\rangle a_1^+ a_2 =$$

$$= \sum \left(1 \left\| \frac{r^l}{\sqrt{4\pi}} Y_{l0} \right\| 2\right) (-1)^{j_2-m} (j_1 m j_2 - m \,|\, l0)\, a_1^+\, a_2 \equiv \sum_{\alpha} q_l(\alpha)\, (a^+ a)_{\alpha l}. \quad (5.13)$$

Используя (5.12), найдем наведенный момент остова

$$\langle 0 \,|\, \hat{Q}_l \,|\, 0 \rangle = -\varphi_l \sum_{\alpha\beta} [q_l(\alpha)\gamma_l(\beta) + q_l(\beta)\gamma_l(\alpha)] \sum_s \frac{1}{E_{s0}} \times$$
$$\times \langle 0 \,|\, (a^+ a)_{\alpha l} \,|\, s \rangle \langle s \,|\, (a^+ a)_{\beta l} \,|\, 0 \rangle. \quad (5.14)$$

Вводя мультипольный момент наружного нуклона $\langle Q_l \rangle_p = \varphi_l q_l$, можно переписать (5.14) в виде

$$\langle 0 \,|\, \hat{Q}_l \,|\, 0 \rangle = \eta_l' \langle Q_l \rangle_p, \quad (5.15)$$

где η_l' — поляризуемость остова — определяется из соотношения

$$\eta_l' = \sum_{\alpha\beta} \frac{1}{2q_l} [q_l(\alpha)\gamma_l(\beta) + q_l(\beta)\gamma_l(\alpha)]\, h_l(\alpha\beta) \equiv \bar{\gamma}_l' \sum_{\alpha\beta} h_l(\alpha\beta). \quad (5.16)$$

Из сравнения (5.16) и (5.8) видно, что величины η_l и η_l' фактически совпадают. (Небольшое отличие связано лишь с несколько различным определением средних величин $\bar{\gamma}$ и $\bar{\gamma}'$). Таким образом, увеличение прямого взаимодействия наружных нуклонов вследствие связи с остовом определяется поляризуемостью последнего [7].

Квадрупольная поляризуемость остова (η_2) измеряется экспериментально по величине квадрупольного момента для магических ядер плюс один нуклон и лежит в пределах $1 < \eta_2 < 3$ [11]. Поляризуемость высших мультипольностей, видимо, значительно меньше, что приводит к «избирательному» усилению квадрупольного взаимодействия.

Заметим, что влияние остова на взаимодействие внешних нуклонов не ограничивается рассмотренным эффектом. Однако остальные эффекты, в частности перенормировка Γ″, не связаны с наличием поверхности и существуют также в бесконечной ядерной материи.

6. Заключение

Основные результаты, полученные выше, можно сформулировать следующим образом:

В зависимости от характера взаимодействия в сферических ядрах могут образовываться «связанные» (коррелированные) состояния пар с отличными от нуля моментами как куперовского типа, так и пар типа частица — дырка. Причем эта возможность возникает лишь при наличии спаривания, т. е. конденсата куперовских пар с нулевым моментом.

Поляризуемость остова приводит к сильному увеличению эффективного квадрупольного взаимодействия между наружными нуклонами, что способствует образованию связанного состояния частицы и дырки с моментом $J = 2$. Макроскопически эти возбуждения можно рассматривать как колебания квадрупольного момента наружных нуклонов. Возникающие при этом колебания поверхности являются лишь следствием статической поля-

[7] Для квадрупольного взаимодействия этот результат был получен автором [2] из макроскопического рассмотрения.

ризуемости остова и не имеют ничего общего с гидродинамическими поверхностными колебаниями.

Эти общие результаты не связаны с конкретной моделью одного j-уровня, использованной при расчете. (Более общий случай приводит лишь к непринципиальным математическим усложнениям [8].)

Какие из возможных связанных состояний осуществляются в реальных ядрах — этот вопрос требует сравнения экспериментальных данных с результатами количественных расчетов. Для квадрупольных возбуждений такое сравнение было проведено Кислингером и Соренсеном [13]. К этому типу возбуждений можно отнести первый уровень 2^+ и в большинстве случаев также следующие уровни $(2^+, 4^+)$, которые соответствуют двум связанным парам. Вопрос о существовании связанных состояний с высшими моментами (а также с нечетными моментами в случае смеси нескольких j-уровней) требует тщательного анализа экспериментальных данных. По-видимому, они лежат несколько выше «двухфононных» состояний квадрупольной ветви.

Автор выражает благодарность В. М. Галицкому и А. Б. Мигдалу за многочисленные обсуждения.

Поступила в редакцию
21 июня 1960 г.

Литература

[1] A. Bohr., B. Mottelson, Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., **27**, *16*, 1953, Пер. Пробл. совр. физ., 9, 1955.
[2] S. T. Beliaev. Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., **31**, *11*, 1959.
[3] Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. Изд. АН, СССР, 1959.
[4] Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, **32**, 59, 1957. Ю. Л. Климонтович, В. П. Силин ЖЭТФ, **23**, 151, 1952.
[5] В. М. Галицкий, А. Б. Мигдал. ЖЭТФ, **34**, 139, 1958.
[6] Л. П. Горьков. ЖЭТФ, **34**, 735, 1958.
[7] M. Gell-Mann, F. Low. Phys. Rev., **84**, 350, 1951. Пер. Пробл. совр. физ., **10**, 43, 1955.
[8] J. P. Elliott, A. M. Lane. Handbuch d. Physik, 39, 1957. Пер. Строение атомного ядра, ИИЛ, 1959 (приложение).
[9] A. R. Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics, Princeton University Press, 1957.
[10] K. Helmers. Nucl. Phys., **12**, 647, 1959.
[11] Z. Szymański. Nucl. Phys., **11**, 454, 1959.
[12] M. Veneroni, R. Arvieu. C. R., Paris, **250**, 2155, 1960.
[13] L. S. Kisslinger, R. A. Sorensen. Preprint, 1960

ON THE NATURE OF THE FIRST EXCITED STATES OF EVEN-EVEN SPHERICAL NUCLEI

S. T. Belyaev

Possible collective excitations are investigated and their microscopic structure is analyzed. It is shown that depending on the interaction the excitations are bound states of the particle—particle or particle—hole types. The quadrupole excitations correspond to excitations previously found by a macroscopic study. The significance of polarizability of the core is investigated.

[8] В статье Венерони и Арвье [12] рассмотрен случай нескольких j-уровней, но без куперовского спаривания.