С. Т. Беляев, Г. И. Будкер

МНОГОКВАНТОВАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ В ИОНИЗОВАННОМ ГАЗЕ*

При помощи классического кинетического уравнения рассматривается процесс перехода электрона на основной уровень атома за счет многократных столкновений и излучения мелких квантов. Используется метод упрощения кинетического уравнения при редких столкновениях.

В [1] нами был предложен метод упрощения кинетического уравнения для электронного газа при редких столкновениях и рассмотрен релятивистский электронный газ в определенных полях. В настоящей работе этот метод иллюстрируется еще одним примером, имеющим и самостоятельный физический интерес.

В плотной высокотемпературной плазме наибольший вклад в процесс образования нейтральных атомов внутри объема дает рекомбинация при тройных столкновениях. При этом захват электрона сразу на глубокий уровень в результате одного столкновения менее вероятен, чем постепенный переход на нижние уровни в результате многих столкновений с малыми передачами энергии. Соотношение между обеими возможностями аналогично соотношению для отклонения на заданный угол путем однократного и многократного рассеяния. Как известно, второе в L раз более вероятно, где L — кулоновский логарифм.

Существенную роль в указанном процессе будет играть также излучение мягких квантов, которое обеспечивает более быстрое «сползание» электрона на нижние уровни.

Будем описывать электрон, находящийся на отрицательных уровнях в кулоновском поле заданного иона, кинетическим

* Работа выполнена в 1955 г.

уравнением с учетом столкновений со всеми другими заряженными частицами, а также с учетом классического излучения, связанного с вращением по орбите,

$$\frac{\partial f}{\partial t}+[H,f]=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}+\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{изл}}. \tag{1}$$

Здесь гамильтониан $H=\frac{p^2}{2m}-\frac{z_0e^2}{r}$; столкновительный член имеет вид [2]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}}=\frac{\partial}{\partial p_i}\int dp'_k w^{ik}\left(\frac{\partial f}{\partial p_k}f'-\frac{\partial f'}{\partial p'_k}f\right), \tag{2}$$

где

$$w^{ik}=2\pi e^4 z'^2 L\,\frac{u^2\delta_{ik}-u^iu^k}{u^3}\quad\left(\mathbf{u}=\frac{\mathbf{p}}{m}-\frac{\mathbf{p}'}{m'}\right), \tag{3}$$

а $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{изл}}$ описывает действие излучения. Штрихованные величины относятся к налетающим частицам.

На высоких уровнях, где излучение не существенно, распределение в стационарном случае должно переходить в распределение Гиббса.

Роль излучения быстро растет по мере «опускания» электрона, и можно считать, что электрон, опустившийся достаточно низко, определенно упадет в основное состояние. Поэтому на достаточно глубоком уровне можно поставить условие полного поглощения.

В решении с такими граничными условиями имеется стационарный поток в направлении $E=-\infty$, величина которого дает искомое число актов многоквантовой рекомбинации на основной уровень в единицу времени.

Для применимости классических уравнений необходимо, чтобы нижняя энергетическая граница, где излучение становится более существенным, чем столкновения, соответствовала большому квантовому числу. По порядку величины

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{ст}}=\frac{|E|}{\tau_{\text{ст}}}\sim\frac{e^4z'^2n'L}{\sqrt{mT}}\left(\frac{m'}{m}\right)^{1/2};\quad T\gg|E|; \tag{4}$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{изл}}=\frac{|E|}{\tau_{\text{изл}}}\sim\frac{e^2r^2\omega^4}{c^3}\sim\frac{|E|^4}{z_0^2e^2m^2c^3}. \tag{5}$$

Роль излучения и столкновений сравнивается при

$$|E|\sim E_0=\left[\frac{\sqrt{2\pi}}{12}\cdot\frac{Le^6z_0^2z'^2mm'^{1/2}c^3n'}{T^{1/2}}\right]^{1/4} \tag{6}$$

(численный множитель $\frac{\sqrt{2\pi}}{12}$ введен для упрощения дальнейших вычислений), что соответствует главному квантовому числу

$$\nu_0 = \left(\frac{mz_0^2e^4}{2E_0h^2}\right)^{1/2} \sim \frac{z_0^{3/4}}{z'^{1/4}L^{1/8}}\left(\frac{n_{\text{ат}}}{n'}\right)^{1/8}\left(\frac{T}{E_{\text{ат}}}\right)^{1/16}\left(\frac{1}{137}\right)^{3/8}\left(\frac{m}{m_1}\right)^{1/16}, \quad (7)$$

где $n_{\text{ат}} = \left(\frac{me^2}{h^2}\right)^3 \sim 10^{25}$; $E_{\text{ат}} \sim \frac{me^4}{h^2} \sim 27$ *эв*.* Для $z = 1$ при $T = 10^4$ *эв* классическое рассмотрение применимо для $n' < 10^{16}$.

Для применимости рассмотренного в [1] метода необходимо, чтобы

$$\omega\tau_{\text{ст}} \sim \frac{T^{1/2}|E|^{5/2}}{Lz_0z'^2e^6n'}\left(\frac{m}{m'}\right)^{1/2} \gg 1; \quad \omega\tau_{\text{изл}} \sim z_0\left(\frac{me^2}{|E|}\right)^{3/2} \gg 1. \quad (8)$$

Последнее условие выполняется всегда. Первое условие нарушается лишь при очень малых E ($|E| \ll E_0$) вблизи непрерывного спектра, где распределение уже гиббсовское.

В столкновительном члене (2) основной вклад дают те внешние частицы, энергия которых порядка T. Поэтому в случае $T \gg |E|$ можно подставить в (2) вместо f' максвелловское распределение. При $T \gg |E|$ можно также пренебречь отдачей при столкновениях, т. е. вторым членом под интегралом в (2) по сравнению с первым. Если, к тому же, скорости налетающих частиц v' много больше скорости электрона на орбите, то в тензоре w^{ik} можно заменить относительные скорости u на v'. Подставляя в (2) максвелловское распределение для f' и интегрируя по $\mathbf{p}'$, получим

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} = \frac{\partial}{\partial p_i}\left(w^{ik}\frac{\partial f}{\partial p_k}\right), \quad (9)$$

где

$$w^{ik} = \int w^{ik}f'd\mathbf{p}' = w\delta_{ik}; \quad w = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3}e^4z'^2n'L\sqrt{\frac{m'}{T}}. \quad (10)$$

Переходя в (1) от декартовых переменных к интегралам движения P^i и усредняя по угловым переменным ϑ^i, получим следующее упрощенное уравнение [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial}{\partial P^i}\left(\sqrt{G}\,R^{ik}\frac{\partial f}{\partial P^k}\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{изл}}, \quad (11)$$

где $\sqrt{G}$ — якобиан перехода от переменных действия I^k к переменным p^k, а тензор R^{ik} равен

$$R^{ik} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\vartheta w^{lm}\frac{\partial P^i}{\partial p^l}\cdot\frac{\partial P^k}{\partial p^m} = \frac{w}{(2\pi)^3}\int d^3\vartheta\frac{\partial P^i}{\partial p^l}\cdot\frac{\partial P^k}{\partial p^l}. \quad (12)$$

* Здесь и дальше $\hbar \equiv \hbar$.

В качестве интегралов движения P^k выберем энергию E, момент M и проекцию момента M_z. Их связь с декартовыми переменными определяется формулами

$$E=\frac{p^2}{2m}-\frac{z_0e^2}{r}\,;\quad M^2=r^2p^2-(\mathbf{rp})^2;\quad M_z=xp_y-yp_x, \tag{13}$$

откуда

$$\frac{\partial P^i}{\partial p^k}=\begin{pmatrix} p_x/m & p_y/m & p_z/m \\ \dfrac{r^2p_x-(\mathbf{rp})\,x}{M} & \dfrac{r^2p_y-(\mathbf{rp})\,y}{M} & \dfrac{r^2p_z-(\mathbf{rp})\,z}{M} \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Для стоящей в (12) под интегралом матрицы получаем из (13) и (14)

$$\frac{\partial P^i}{\partial p^l}\cdot\frac{\partial P^k}{\partial p^l}=\begin{pmatrix} \dfrac{2}{m}(E+z_0e^2/r) & M/m & M_z/m \\ M/m & r^2 & r^2M_z/M \\ M_z/m & r^2M_z/M & r^2\sin^2\alpha \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Переменными действия в кулоновском поле являются

$$I^1=\frac{z_0e^2\sqrt{m}}{\sqrt{-2E}}\,;\quad I^2=M;\quad I^3=M_z, \tag{16}$$

откуда

$$\sqrt{G}=\frac{\partial(I^1I^2I^3)}{\partial(EMM_z)}=\frac{z_0e^2\sqrt{m}}{(-2E)^{3/2}}\,. \tag{17}$$

В (12) от интегрирования по трем угловым переменным ϑ^k перейдем к интегрированию по сферическим координатам r, α, φ. Якобиан $\frac{\partial(\vartheta^1\vartheta^2\vartheta^3)}{\partial(r\alpha\varphi)}$ можно определить без вычисления $\vartheta^k(r\alpha\varphi)$ следующим образом. Так как переменные I^k и (EMM_z) выражаются только друг через друга, то

$$\sqrt{g}=\frac{\partial(I^1I^2I^3\vartheta^1\vartheta^2\vartheta^3)}{\partial(EMM_zr\alpha\varphi)}=\frac{\partial(I^1I^2I^3)}{\upsilon(EMM_z)}\cdot\frac{\partial(\vartheta^1\vartheta^2\vartheta^3)}{\partial(r\alpha\varphi)}=\sqrt{G}\,\frac{\partial(\vartheta^1\vartheta^2\vartheta^3)}{\partial(r\alpha\varphi)}\,. \tag{18}$$

С другой стороны, величину $\sqrt{g}$ можно вычислить, исходя из связи переменных $(EMM_zr\alpha\varphi)$ с произвольными каноническими переменными. В частности, исходя из формул (13), получим

$$\sqrt{g}=\frac{\partial(p_xp_yp_zxyz)}{\partial(EMM_zr\alpha\varphi)}=mM\,(M^2-M_z^2/\sin^2\alpha)^{-1/2}\times$$
$$\times\,[2m\,(E+z_0e^2/r)-M^2/r^2]^{-1/2}. \tag{19}$$

Из (17), (18) и (19) получаем

$$\frac{\partial(\theta_1\theta_2\theta_3)}{\partial(r\alpha\varphi)} = \frac{m\cdot 1}{\sqrt{G}}(M^2 - M_z^2/\sin^2\alpha)^{-1/2} \times$$
$$\times [2m(E + z_0e^2/r) - M^2/r^2]^{-1/2}. \qquad (20)$$

Из (12), (15) и (20) после интегрирования по φ, α, r (по всей области изменения соответствующих переменных) получим для симметричного тензора R^{ik}

$$R^{11} = -2wE/m, \quad R^{12} = wM/m; \quad R^{13} = wM_z/m;$$
$$R^{22} = w\frac{z^2e^4}{8E^2}\left(5 + \frac{6EM^2}{mz_0^2e^4}\right); \quad R^{23} = M_z/M \cdot R^{22}; \qquad (21)$$
$$R^{33} = \frac{1}{2}(1 + M_z^2/M^2)\cdot R^{22}.$$

Член, описывающий воздействие излучения, можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{изл}} = -\frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial}{\partial P^k}\{\sqrt{G}\,\dot{P}^k_{\text{изл}} f\}, \qquad (22)$$

где $\dot{p}^k_{\text{изл}}$ — изменения E, M, M_z вследствие излучения — равны [3]

$$\dot{E}_{\text{изл}} = -\frac{(-2E)^4}{m^2c^3z_0^2e^2}\left(\frac{mz_0^2e^4}{-2EM^2}\right)^{5/2}\left(1 + \frac{2EM^2}{3mz_0^2e^4}\right); \qquad (23)$$
$$\dot{M}_{\text{изл}} = -\frac{2}{3m^{3/2}c^3z_0}\left(\frac{mz_0^2e^4}{-2EM^2}\right)\cdot(-2E)^{5/2};$$
$$\dot{M}_{z\,\text{изл}} = M_z/M \cdot \dot{M}_{\text{изл}}.$$

Окончательно уравнение (11) принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial}{\partial P^k}(\sqrt{G}\,\dot{P}^k_{\text{изл}} f) + \frac{1}{\sqrt{G}}\cdot\frac{\partial}{\partial P_i}\left(\sqrt{G}\,R^{ik}\frac{\partial f}{\partial P^k}\right), \qquad (24)$$

где величины $\sqrt{G}$, $\dot{P}^k_{\text{изл}}$, R^{ik} определяются в (17), (21) и (23).

Интересующее нас решение уравнения (24) согласно сказанному выше должно обращаться в нуль при некоторой энергии E_1 ($|E_1| > E_0$) и в области, где можно пренебречь излучением, должно переходить в распределение Гиббса. Если вместо (5) использовать для $\dot{E}_{\text{изл}}$ более точное выражение (23), то область, где можно пренебречь излучением, определится неравенством

$$\frac{E}{E_0}\left(\frac{mz_0^2e^4}{-2EM^2}\right)^{5/3} \ll 1. \qquad (25)$$

Учитывая также, что величиной E/T мы пренебрегаем, имеем для функции f в области (25) условие

$$f \to n\,(2\pi mT)^{-3/2} e^{-\frac{E}{T}} \approx n\,(2\pi mT)^{-3/2}. \tag{26}$$

Переменные уравнения (24) меняются в пределах

$$-M \leqslant M_z \leqslant M; \quad 0 \leqslant M \leqslant \left(\frac{mz_0^2e^4}{-2E}\right)^{1/2}; \quad -\infty < E < 0. \tag{27}$$

Удобно перейти к новым (безразмерным) переменным, меняющимся в постоянных пределах

$$\xi = (-E/E_0)^{1/2}; \quad \eta = \left(\frac{-2EM^2}{mz_0^2e^4}\right)^{1/2}; \quad \zeta = M_z/M; \tag{28}$$

$$0 < \xi < \infty; \quad 0 < \eta < 1; \quad -1 < \zeta < 1,$$

где E_0 определена в (6).

Переход к новым переменным в уравнении (24) можно произвести по правилам преобразования тензорных величин. В результате получим уравнение того же вида (24), где тензорные величины в новых переменных (обозначаемых штрихами) имеют вид

$$\sqrt{G'} = \left(\frac{mz_0^2e^4}{2E_0}\right)^{3/2} \frac{\eta}{\xi^4}, \tag{29}$$

$$\{\dot{\xi};\ \dot{\eta};\ \dot{\zeta}\} = \frac{(2E_0)^3}{m^2c^3z_0^2e^2}\left\{\frac{\xi^7}{\eta^5}(1-\eta^{2/3});\ \frac{\xi^6}{\eta^4}(1-\eta^2);\ \frac{\xi^6\zeta}{\eta^4}(1-\eta^4)\right\}, \tag{30}$$

тензор $R^{ik'}$ имеет только диагональные члены

$$\{R^{11'};\ R^{22'};\ R^{33'}\} = \frac{(2E_0)^3}{m^2c^3z_0^2e^2}\left\{1;\ \frac{5}{2\xi^2}(1-\eta^2);\ \frac{1-\zeta^2}{4\xi^2\eta^2}(5-3\eta^2)\right\}. \tag{31}$$

Считая, что в силу сферической симметрии функция распределения не зависит от M_z (т. е. от ζ), получаем уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{G'}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi}\left[\sqrt{G'}\, j^{\xi}\right] - \frac{1}{\sqrt{G'}} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta}\left[\sqrt{G'}\, j^{\eta}\right], \tag{32}$$

где

$$j^{\xi} = \frac{(2E_0)^3}{m^2c^3z_0^2e^2}\left\{\frac{\xi^7}{\eta^5}(1-\eta^{2/3})\, f - \frac{\partial f}{\partial \xi}\right\},$$

$$j^{\eta} = \frac{(2E_0)^3}{m^2c^3z_0^2e^2}\left\{\frac{\xi^6}{\eta^4}(1-\eta^2)\, f - \frac{5\,(1-\eta^2)}{2\xi^2}\frac{\partial f}{\partial \eta}\right\}. \tag{33}$$

Если ввести вместо функции f и переменной t безразмерные величины

$$\psi = f/n\,(2\pi mT)^{-3/2}; \quad \theta = t\Big/\frac{(2E_0)^3}{m^2c^3z_0^2e^2}, \tag{34}$$

то уравнение (32) становится полностью безразмерным и не содержит параметров

$$\frac{\eta}{\xi^4}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\eta}{\xi^4}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right] + \frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{5\eta\,(1-\eta^2)}{2\xi^6}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\right] -$$

$$-\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\xi^3}{\eta^4}\,(1-\eta^{2/3})\,\psi\right] - \frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{\xi^2}{\eta^3}\,(1-\eta^2)\,\psi\right]. \tag{35}$$

Искомое решение уравнения (35) должно удовлетворять условиям

$$\psi = 0 \text{ при } \xi = \xi_1 \gg 1; \quad \psi = 1 \text{ при } \xi\eta^{-5/3} \ll 1. \tag{36}$$

Для решения задачи об интенсивности рекомбинации требуется знание не самой функции распределения, а потока частиц (по энергии или по переменной ξ)

$$I = I^{\xi} = (2\pi)^3 \int \sqrt{G'}\, f^{\xi} d\eta d\zeta. \tag{37}$$

Как следует из (29), (33) и (34), поток I можно представить в виде

$$I = n\left(\frac{4\pi E_0}{T}\right)^{3/2}\frac{z_0e^4}{m^2c^3}\cdot\gamma, \tag{38}$$

где безразмерная величина γ равна

$$\gamma = \gamma(\xi) = \int \frac{\eta}{\xi^4}\left\{\frac{\xi^7}{\eta^5}\,(1-\eta^{2/3})\,\psi - \frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right\} d\eta d\zeta. \tag{39}$$

В стационарном случае поток I не зависит от ξ и, следовательно, γ является числом. Поэтому с точностью до численного коэффициента поток I в этом случае определяется выражением (38).

Хотя в уравнении (35) нет параметров, граничное условие (36) содержит параметр $\xi_1 \gg 1$, и, вообще говоря, нельзя утверждать, что γ, определяемая решением уравнения (35), по порядку величины равна единице. Как показано в приложении, γ с большой точностью не зависит от величины ξ_1, так что последнюю можно положить равной бесконечности. Другими словами, величина потока не зависит от того, где ставится условие поглощения (лишь бы выполнялось условие $\xi_1 \gg 1$, т. е. $|E|/E_0 \gg 1$).

В этом случае можно утверждать, что γ по порядку величины равна единице, так как ни уравнение (35), ни граничные условия, которыми определяется γ, не содержат параметров.

Величина E_0 в формуле (38) определяется выражением (6), где, вообще говоря, надо учесть наличие рассеивающих частиц разного сорта, т. е.

$$E_0 = mc^2 \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}}{12} z_0^2 \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^3 n \left(\frac{mc^2}{T}\right)^{1/2} \sum L' z'^2 \left(\frac{m'}{m}\right)^{1/2} \frac{n'}{n} \right\}^{1/4}, \qquad (40)$$

где сумма берется по всем сортам частиц. В кулоновском логарифме $L = \ln \frac{R_{\text{макс}}}{R_{\text{мин}}}$ максимальный прицельный параметр $R_{\text{макс}}$ определяется условием равенства времени столкновения и периода обращения электрона на орбите с энергией $-E_0$. При больших параметрах столкновения происходят адиабатически и не вызывают переходов электрона на другие орбиты. Минимальный параметр удара $R_{\text{мин}}$ определяется равенством E_0 и передаваемой при столкновении энергии. В результате получим:

$$L = \ln \left(\frac{T}{E_0} \cdot \frac{m}{m'} \cdot \frac{z_0}{z'} \right). \qquad (41)$$

Для столкновений с электронами L всегда больше единицы ($T \gg E_0$). Столкновения с ионами играют роль, начиная с температур $T \gg E_0 M/m$. При таких температурах ионизация идет в основном при столкновениях с ионами.

Отношение интенсивности многоквантовой рекомбинации к интенсивности одноквантовой рекомбинации, сечение которой равно [3]

$$\sigma_{\text{одн}} = \frac{2^7\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{hc}{e^2} \left(\frac{I_1}{T}\right)^{5/2}; \quad \left(I_1 = \frac{m z_0^2 e^4}{2\hbar^2} \ll T\right), \qquad (42)$$

оказывается равным

$$\frac{I}{\sigma_{\text{одн}} n v} = \frac{3\sqrt{2\pi}}{16} \gamma \cdot \frac{E_0^{3/2} T^{1/2}}{I_1^2} \qquad (43)$$

и при достаточно больших температурах может быть велико.

Авторы глубоко признательны О. Б. Фирсову, обратившему наше внимание на наличие такого процесса рекомбинации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В стационарном случае, интегрируя (35) по η и ζ, получим (39), где теперь γ является постоянной. Перепишем (39) в виде

$$\frac{1}{\xi^4} \cdot \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} - a(\xi)\, \xi^3 \bar{\psi} = -\gamma, \qquad (I)$$

где

$$\bar{\psi} = \int \psi \eta d\eta d\zeta; \quad a(\xi) = \frac{1}{\bar{\psi}} \int \frac{1-\eta^{2/3}}{\eta^5} \psi \eta d\eta d\zeta. \tag{II}$$

Решая формально (I) относительно ψ, получим:

$$\bar{\psi}(\xi) = \gamma \exp\left(\int_0^{\xi} a(t_1) t_1^7 dt_1\right) \int_{\xi}^{\xi_1} t^4 \exp\left(-\int_0^{t} a(t_2) t_2^7 dt_2\right) dt, \tag{III}$$

где постоянная интегрирования выбрана таким образом, чтобы выполнялось условие $\bar{\psi}(\xi_1) = 0$. Принимая во внимание, что $\bar{\psi}(0) = 1$, получим из (III).

$$\frac{1}{\gamma(\xi_1)} = \int_0^{\xi_1} \xi^4 \exp\left(-\int_0^{\xi} a(t) t^7 dt\right) d\xi. \tag{IV}$$

Рассмотрим поведение подынтегральной функции при больших ξ. Общий характер распределения по переменной η легко установить из физических соображений Как видно из (23) и (28), $\dot{E}_{\text{изл}} \sim \frac{\xi^8}{\eta^5}$, т. е. излучение резко возрастает с уменьшением η, поэтому в распределении практически отсутствуют частицы с $\eta < \xi^{8/5}$. При больших ξ функция распределения отлична от нуля только в малой окрестности максимальной величины $\eta = 1$. Из (II) при этом следует, что $a(\xi)$ при больших ξ стремится к постоянной (равной $^2/_3$). Полагая поэтому

$$\int_0^{\xi} a(t) t^7 dt \approx \text{const} + \frac{\xi^8}{12},$$

получим из (IV):

$$\frac{1}{\gamma(\infty)} - \frac{1}{\gamma(\xi_1)} \approx c \int_{\xi_1}^{\infty} \xi^4 \exp\left(-\frac{\xi^8}{12}\right) d\xi \approx \frac{3c}{2\xi_1^3} \exp\left(-\frac{\xi_1^8}{12}\right),$$

т. е. с большой точностью γ не зависит от величины ξ_1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Будкер, С. Т. Беляев, см. т. II настоящего издания, стр. 330.
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **7**, 203 (1937).
3. Г. Бете, Квантовая механика простейших систем, М.—Л., ОНТИ, 1935.